

Rapport de PFE:
Conception d'un annuleur d'interférences



24 Boulevard Victoire
67000 Strasbourg

THALES

110 avenue Leclerc
BP 70945
49309 Cholet

Tuteur Thales : Bertrand Gerfault
Tuteur INSA : Eddie Smigiel

Remerciement :

Je tiens tout d'abord à remercier Bertrand Gerfault, mon tuteur en entreprise, pour m'avoir confié ce sujet et pour m'avoir encadré durant 6 mois.

Je tiens à remercier Charles Henri Ginehut pour ces précieux conseils.

Je tiens à remercier, mon tuteur de stage, Eddie Smigiel pour m'avoir encadré durant 6 mois.

Je tiens à remercier l'ensemble du laboratoire EWR pour son accueil.

J'aimerais également remercier l'ensemble des professeurs et personnels du département Génie électrique de l'INSA de Strasbourg pour leur forte présence et leurs enseignements tout au long de mes trois ans de formation dans ses murs.

Fiche d'objectifs

Sujet

Conception d'un annuleur d'interférences au sein du laboratoire de guerre électronique (EWR) de Thales Communications

Objectif

Définir les problématiques liées à la réalisation d'un tel dispositif.

Proposer des solutions.

Comment atteindre ces objectifs

Documentations sur internet, IEEE, thèses, discussions avec des membres du Labo.

Utilisation de logiciel de simulations pour valider les propositions.

Résumé

La guerre électronique fait intervenir deux activités complémentaires : l'interception des communications ennemies et l'utilisation de techniques de brouillages pour protéger une communication. L'entreprise Thales s'intéresse à ces deux problématiques et propose à ses clients, principalement la Défense, l'ensemble des dispositifs nécessaires pour y répondre. Dans le cadre de ce PFE, il m'a été confié la conception d'un annuleur d'interférence. Ce type de dispositif est destiné à supprimer les effets d'un brouilleur sur une communication. A l'inverse des méthodes passives (le filtrage), l'annulation consiste à supprimer le brouilleur en lui ajoutant son opposé. Simple en théorie, ce type de dispositif fonctionne généralement mal à cause du déphasage et de la différence d'amplitude pouvant apparaître entre le brouilleur et sa référence. Mon travail a donc été de déterminer la cause de cette différence puis dans un second temps de chercher des méthodes de compensation.

Summary

The electronic war involves two complementary fields: the interception of enemy communication and the utilization of jamming in order to protect friendly communication. The Thales Company deals with these two issues and supplies to its customers all the needed devices. The aim of my project was to search solutions for cancelling the effect of a jammer on a communication. Cancelling method means to cut the jamming by adding its opposite. These devices give usually bad results because the differences between the jammer and its source. Firstly, my work was to find the cause of these differences and secondly to find solutions to solve this problem.

Sommaire

Introduction	p.6
I] Présentation de l'entreprise	p .7
1) Présentation de la société THALES	p.7
2) THALES Communications	p.9
II] Problématique	p.10
III] Modélisation du canal de propagation	p.11
1) Modèle multi-trajets	p.12
2) Evolution temporelle du canal	p.13
IV] Méthode d'identification du canal	p.14
1) Cadre Général	p.14
2) Problème	p.15
3) Méthode d'identification	p.16
V] Le filtrage adaptatif	p.21
1) Modélisation du problème	p.21
2) Problématique	p.23
3) Filtres adaptatifs	p.25
4) Simulation et Caractérisation	p.42
Conclusion	p.49
Bibliographie	p.50
Annexes : Programmes Simulink	p.51

Introduction:

Dans le cadre de mon projet de fin d'études effectué à Thales Communication (Cholet), il m'a été confié la réalisation d'un annuleur d'interférence pour un poste de réception. On parle d'interférence lorsque deux ondes interagissent ensemble. Dans l'application qui nous intéresse l'interférence désignera la perturbation d'une communication par un brouilleur.

Le brouillage est volontaire, il a pour but de rendre incompréhensible la lecture d'un signal par l'ennemi. Nous avons l'avantage sur lui de connaître les caractéristiques du brouilleur puisque nous l'émettons. Notre travail consistera donc à annuler ses effets sur le signal reçu à partir de nos connaissances à l'émission.

La suppression d'un signal peut se faire de manière passive. On utilise alors un filtre coupe bande aux fréquences correspondantes. Dans notre cas cela n'est pas possible car le signal utile et le brouilleur possèdent une bande en commun. C'est d'ailleurs ce qui renforce l'efficacité du brouillage.

Nous utiliserons plutôt une méthode active. Elle consiste à ajouter à un signal donné son opposé de manière à obtenir une résultante nulle. Simple en théorie, la réalisation de ce type de dispositif se révèle complexe principalement à cause du déphasage et de la différence d'amplitude apparaissant entre le brouilleur et sa référence.

Cette différence est liée à la propagation des ondes dans l'environnement (le canal). Elles y subissent des phénomènes physiques qui les atténuent et les déforment. Au final le signal réceptionné peut être méconnaissable.

Ce rapport suit les différentes étapes du PFE : nous débuterons avec la modélisation du canal de propagation, puis nous nous intéressons à l'identification des systèmes linéaires et nous finirons par développer et valider une méthode choisie.

I] Présentation de la société

1) Présentation de la société THALES

Historique

La société, anciennement nommée Thomson-CSF, est née en 1968 de la fusion des activités d'électronique de Thomson-Brandt et de la Compagnie Générale de Télégraphie Sans Fil (C.S.F.).

L'origine de Thomson-Brandt est la société française Thomson-Houston fondée en 1893 pour exploiter en France les brevets sur la production et le transport d'électricité de la société américaine Thomson-Houston Electric Company.

C.S.F. quand à elle, fut créée en 1918, et fut un acteur majeur, avec sa filiale française la Société Française radioélectrique (SFR), dans le développement de la radiodiffusion, radiocommunications sur ondes courtes, l'électro-acoustique, du radar et de la télévision.

En 1982 le gouvernement français décide de nationaliser Thomson-CSF, en crise, et de recentrer son activité autour de l'électronique professionnelle et de défense.

En 1998 l'état français décide de privatiser Thomson-CSF, en la regroupant avec les activités d'électronique spatiale, de défense et de communications militaires d'Alcatel-Alsthom, les activités d'électroniques professionnelles de Dassault et les activités satellites d'Aérospatiale. Dassault et Alcatel deviennent actionnaires du groupe.

En 1999 Thomson-CSF fait l'acquisition de Racal, la plus importante société britannique de défense. Renforçant ainsi sa position sur le marché européen.

En 2000 Thomson-CSF se réorganise en trois pôles d'activités :

- Aéronautique et Espace
- Défense
- Sécurité

Elle se renomme Thales, pour renouveler son identité et se détacher de son image conservatrice. De plus d'un point de vue juridique, la marque Thomson n'appartient pas au groupe, et est partagé entre de nombreux acteurs internationaux (Thomson Multimédia, Thomson Publishing, ...).

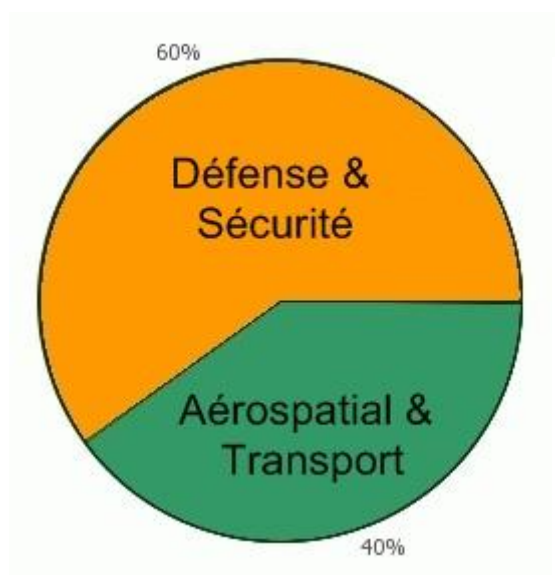
L'organisation

Thales est une entreprise mondiale de 68000 personnes présent dans 50 pays, avec des revenus de 12,9 milliards d'euros.

Le groupe propose des solutions pour :

- Fiabiliser et sécuriser
- Surveiller et contrôler
- Protéger et défendre

Elle s’articule aujourd’hui autour de deux grands domaines d’activités, eux même constitués de plusieurs divisions.



Répartition des deux domaines d’activités au sein du groupe THALES.

La division Défense propose des solutions pour les militaires. La sécurité sert les états, institutions et les opérateurs civils.

L’aéronautique sert les avionneurs, compagnies aériennes, et administration de l’aviation civile.

Le spatial sert les opérateurs de satellites, militaires, états et agences spatiales

Le Transport sert les opérateurs de transport terrestre

Défense et sécurité	
Défense	Sécurité
Détection et identification des menaces	Protéger les infrastructures critiques et les frontières
Circulation de l’information	Protéger les systèmes d’information critiques
Prise de décision	Protéger les données sensibles
Contrôle des engagements	
Mise en œuvre de réponses adaptées	

Aérospatial et transport		
Aéronautique	Espace	Transport
Sûreté et efficacité du trafic aérien	Conception, développement et déploiement des infrastructures orbitales et les segments sol	Signalisation pour grandes lignes et réseaux urbains
Equipements électroniques avioniques et des systèmes au sol (navigation, contrôle, simulation)	Télécommunications	Communication et supervision
	Observation de la terre, Science Navigation	Billettique

2) THALES Communications

Entreprise du pôle défense et sécurité du groupe, elle totalise un chiffre d'affaires 1,5 milliards d'euros et compte environ 9000 employés dans 14 pays.

La mission de Thales Communications est la conception, le développement et la livraison de systèmes d'information et de communication de bout en bout, sécurisés et interopérables. Les compétences de l'entreprise s'expriment principalement dans trois domaines

- Les systèmes de maîtrise de l'information
- Les réseaux
- Les radios de champ de bataille

Le site de Cholet :

Il s'intègre dans le Centre Industriel de l'Ouest, qui comprend les sites THALES Communications de Laval et de Cholet. Le site choletais fut construit en 1936, occupe une surface de 119 000 m² et compte environ 900 employés.

Le service EWR (Electronic Warfare and Radiosurveillance) :

Mon travail s'est effectué au sein du service EWR, qui regroupe les activités de Guerre Electronique (GE) et de Contrôle Du Spectre (CDS). On y conçoit, spécifie, développe, réalise, intègre, valide, installe et met en service des équipements et systèmes de :

- Guerre électronique (GE) des communications
- Renseignements COMMunications INTelligentes (COMINT)
- De contrôle du spectre (CDS)

On y réalise aussi les études et le développement de logiciels enfouis, de commande d'équipement et de contrôle du spectre et guerre électronique.

- La guerre électronique fait intervenir deux activités complémentaires :
 - L'interception des communications hertziennes ennemies, pour le décodage, la démodulation, l'écoute et la localisation des antennes émettrices.
 - L'utilisation de techniques de brouillage pour empêcher les communications de l'ennemi sur le champ de bataille.
- Le contrôle du spectre s'inscrit dans un contexte civil. Il a pour objectif le contrôle technique du spectre radioélectrique, afin par exemple de lutter contre des émetteurs pirates

II] Problématique

Un véhicule possède un poste de réception radio et un brouilleur pour protéger cette communication. Le brouilleur est de type FM et la communication de type VHF-FM. Ci-dessous, nous proposons un schéma :

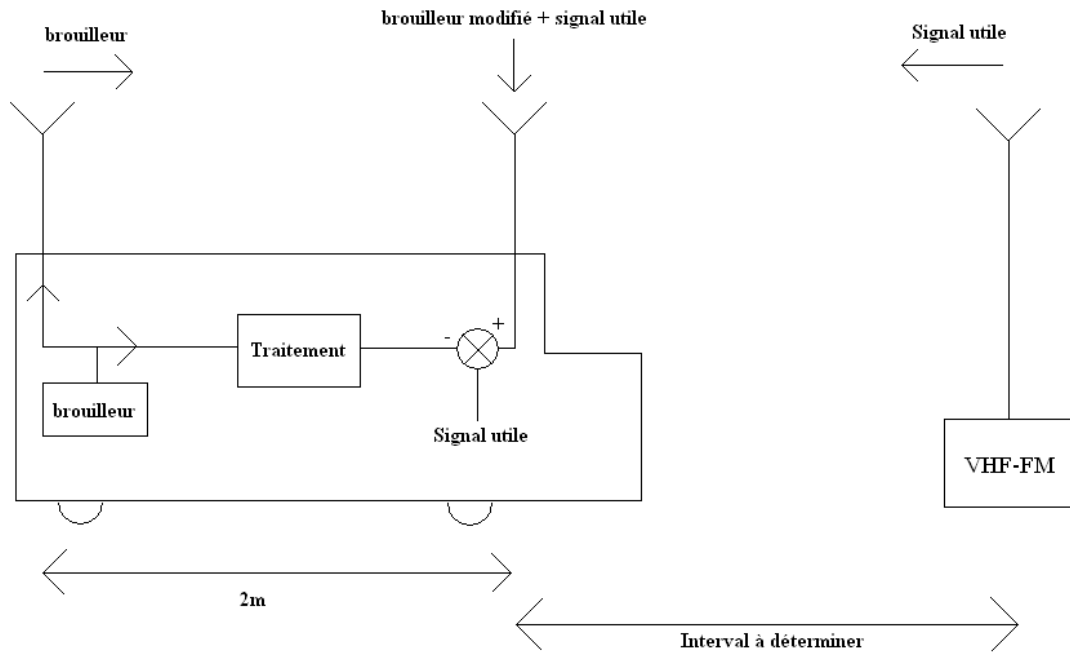


Figure 1 : Problématique

L'annuleur d'interférence est constitué du module de traitement et du soustracteur. Le reste constitue l'environnement.

Comme indiqué sur le schéma, le signal reçu est la somme du signal utile et du brouilleur modifié par les effets du canal. La différence entre le brouilleur à l'émission et à la réception nous empêche d'utiliser une simple soustraction pour l'éliminer. Le module de traitement a donc pour objectif de reproduire les effets du canal. Nous désignons par canal le milieu dans lequel l'onde se propage. Par la suite nous représenterons le dispositif par le schéma suivant :

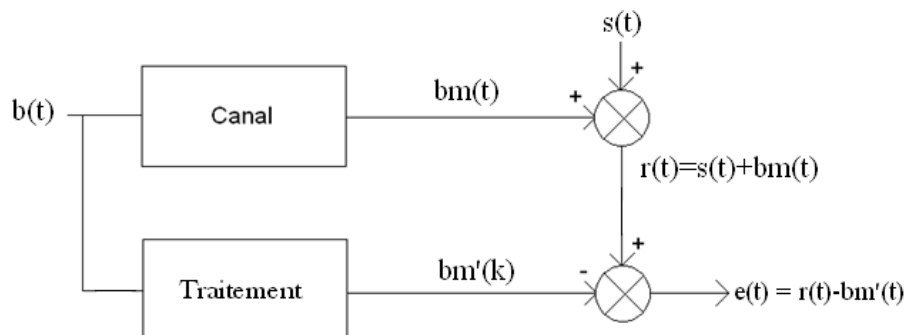


Figure 2 : Schéma général

Nous allons maintenant donner les différentes caractéristiques du problème :

- Il s'agit d'un brouilleur FM 50-60 MHz. Le balayage de toute la plage se fait en 1ms.
- Le signal utile est un signal VHF-FM de bande 25kHz et fréquence centrale mobile allant de 53.5 à 56.5MHz.
- La distance antenne brouilleur/antenne de réception est de l'ordre de 2m.
- La distance antenne d'émission/antenne de réception n'a pas encore été définie. Cette distance sera nécessairement amenée à varier à cause des mouvements du véhicule. Il s'agira d'indiquer un ordre de grandeur.

Le cadre est maintenant défini. Dans la prochaine partie, nous nous intéresserons à la modélisation du canal de propagation.

III] Modélisation du canal de propagation

La principale difficulté de notre projet est l'estimation du canal de propagation. Cette partie doit nous mener à une meilleure compréhension de celui-ci.

Le canal de propagation désigne le support physique via lequel les informations à transmettre sont transportées. Les conditions de propagations dépendent de l'environnement et sont donc très variables. Dans notre cas il s'agit du canal radio, c'est à dire que la transmission se fait par voie aérienne.

L'onde se propageant dans le milieu est réfléchi, diffractée et diffusée sur les différents obstacles de l'environnement. Ce sont ces différents phénomènes ainsi que l'éloignement émetteur-récepteur qui expliquent en grande partie la différence entre le signal émis et reçu. L'environnement est une donnée variable pouvant évoluer au cours du temps, on ne peut donc pas définir un canal type applicable à tous les cas de figure.

Lorsque l'environnement ne comporte pas d'obstacle, le signal reçu est seulement atténué. Dans ce cas, on peut utiliser le modèle de propagation en espace libre qui permet de connaître la puissance d'un signal reçu en fonction de la distance émetteur-récepteur :

$$P_r = \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} \cdot P_t$$

Cette formule indique que la puissance reçue varie comme l'inverse du carré de la distance. Dans un cadre plus général, cette atténuation sera toujours présente mais s'ajoutera à d'autres phénomènes liés à l'interaction avec le milieu.

Comme nous l'avons dit précédemment, l'onde émise est perturbée de différentes manières par les obstacles :

- Une réflexion a lieu lorsque l'onde rencontre une surface lisse de dimension très grande devant sa longueur d'onde.

- La diffraction a lieu lorsque le signal rencontre un obstacle épais (de dimension très large par rapport à sa longueur d'onde) qui obstrue la visibilité radioélectrique directe entre l'émetteur et le récepteur. Des ondes secondaires sont générées, se propageant derrière l'obstacle.
- La diffusion se produit lorsque l'obstacle présente de nombreuses irrégularités dont les dimensions sont inférieures ou égales à la longueur d'onde. L'énergie réfléchie est dispersée dans toutes les directions.

On peut donc en conclure que l'interaction d'une onde harmonique avec son environnement dépend de sa longueur d'onde. Ainsi chaque composante fréquentielle « d'une onde composée » emprunte un trajet différent. C'est ce qui induit la déformation du signal. Pour mettre en évidence cette diversité en fréquence, on utilise la caractérisation large bande. Il est à noter que cette caractérisation débouche sur un modèle de type filtre.

D'autre part, le canal peut évoluer au cours du temps (non stationnarité). Cela nous amène à un deuxième niveau de caractérisation : la caractérisation bande étroite. Le canal est alors représenté par une atténuation qui varie au cours du temps.

Nous allons proposer un modèle mathématique du canal. Ce modèle ne sera pas exploitable dans la mesure où il comporte de nombreux paramètres indéterminés. Comme nous l'avons expliqué précédemment l'indétermination est liée à la diversité des situations rencontrées.

1) Modèle multi-trajets :

Un signal transmis à travers un canal radiofréquence parvient au récepteur le long de différents trajets :

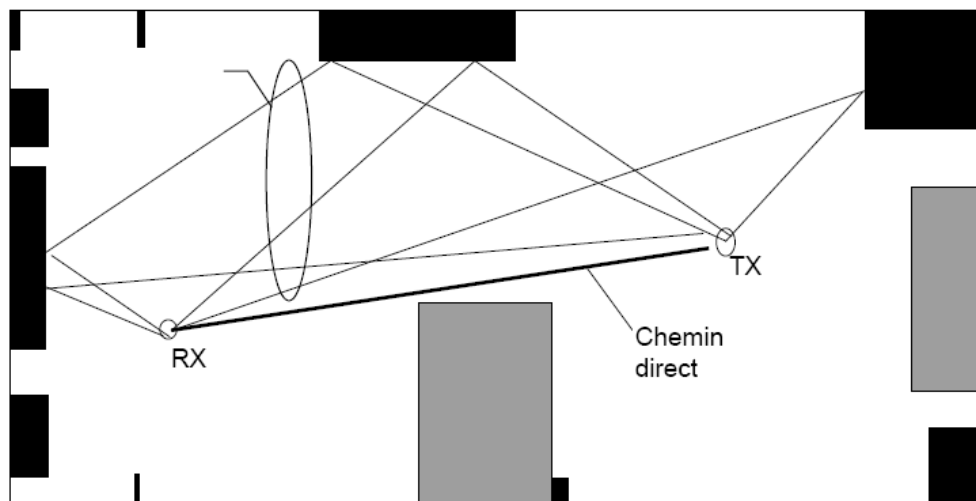


Figure 3 : Multi-trajets

Cela signifie que si l'on applique en entrée d'un canal un signal $x(t)$ on obtient des copies retardées et atténuées de ce signal. On modélise ce phénomène de la manière suivante:

$$h(x(t)) = \sum_{n=0}^{L-1} \alpha_n \cdot x(t - \tau_n)$$

avec n variant de 0 à L-1 avec L le nombre de trajet

τ_n le retard introduit par le n^{ème} trajet.

α_n un coefficient réel modélisant l'atténuation introduit par le n^{ème} trajet.

Si $x(t)$ est un dirac alors $h(x(t))$ est la réponse impulsionnelle du canal et on a :

$$h(t) = \sum_{n=0}^{L-1} \alpha_n \cdot \delta(t - \tau_n)$$

En se limitant aux multi-trajets et aux atténuations/retards qu'ils occasionnent, on arrive à ce modèle de la réponse impulsionnelle d'un canal RF.

La même expression en bande de base est :

$$h(t) = \sum \alpha_n \cdot \delta(t - \tau_n) \cdot \exp(-j2\pi f_0 \tau_n)$$

En notant τ_{\min} le plus petit retard et τ_{\max} le plus grand retard, on définit la durée de la réponse impulsionnelle : $\tau_r = \tau_{\max} - \tau_{\min}$. Nous verrons par la suite que cette grandeur est importante.

Le modèle multi-trajets ne prend pas en compte les variations du canal au cours du temps. Cette approximation est donc utilisable lorsque l'environnement ne varie pas ou peu. D'autre part, il est important de noter que le modèle multi-trajets induit la linéarité du canal. Par la suite, nous serons amenés à utiliser cette propriété sans la notion de multi-trajets.

2) Evolution temporelle du canal :

Les caractéristiques du canal vont évoluer au cours du temps lorsque l'environnement n'est pas fixe. On le prend en compte en modifiant le modèle précédent de la manière suivante :

$$h(\delta(t)) = \sum \alpha_n(t) \cdot \delta(t - \tau_n(t))$$

Autrement dit le nombre de trajets et leurs caractéristiques (retard, atténuation) évolue au cours du temps.

A cela, il faut ajouter l'effet Doppler qui est provoqué par un mouvement relatif émetteur/récepteur. Il induit un décalage fréquentiel de la porteuse tel que :

$$f_d = \frac{V_r}{c} \times f$$

avec f_d la fréquence de décalage.

V_r la vitesse radiale relative au mouvement émetteur-récepteur.

C la vitesse de la lumière.
f la fréquence de la porteuse.

Le modèle en bande de base de la réponse impulsionnelle du canal tenant compte de l'effet Doppler est :

$$h(t) = \sum \alpha_n \cdot \delta(t - \tau_n(t)) \cdot \exp(-j2\pi(f_p - f_d)\tau_n(t))$$

Ce modèle est complet si on néglige la présence du bruit. Nous ne l'avons pas pris en compte dans ce rapport car nous considérons qu'il est inhérent à tout système de télécommunication. Nous nous concentrerons donc sur les spécificités du problème.

En résumé, la propagation d'une onde dans un milieu se fait suivant plusieurs trajets. Chacun de ces trajets induit un retard et une atténuation. L'onde reçue correspond à la somme des ondes retardées et atténuées. Lorsque l'environnement n'est pas figé, c'est à dire lorsqu'il y a des éléments en mouvement, les paramètres du modèle deviennent variables. A cela, il faut ajouter l'effet Doppler qui provoque un décalage fréquentiel de la porteuse.

Dans la suite du rapport nous nous intéresserons aux méthodes d'identification du canal. Nous n'utiliserons pas forcément les informations obtenues dans cette partie mais la supposition de linéarité sera toujours faite. Sans cette propriété, la modélisation est difficile.

D'autre part, la diversité des situations rencontrées nécessite une forte capacité d'adaptation du dispositif. Dans ce cadre, nous pensons qu'il est indispensable d'utiliser un dispositif numérique. Notre système reposera donc sur un algorithme dont la tâche principale sera de s'adapter à l'environnement.

IV] Méthodes d'identification du canal

1) Cadre Général :

La partie précédente s'intéressait au canal en tant que tel. Dorénavant, nous le considérerons comme une boîte noire. L'environnement sera supposé fixe et assimilable à un système linéaire pour la durée d'un traitement numérique (ne varie pas ou varie lentement). Notre but est d'estimer les effets du canal, ce qui revient à connaître sa réponse impulsionnelle. On la note $h(t)$:

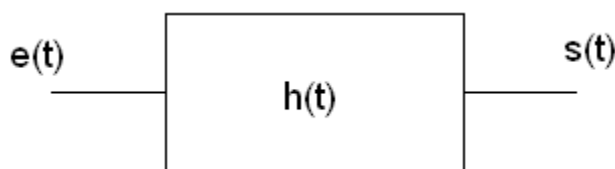


Figure 4 : Réponse impulsionnelle

La sortie du canal s'exprime comme la convolution de l'entrée avec sa réponse impulsionnelle:

$$s(t)=h(t)*e(t)$$

Nous avons fait le choix d'un traitement numérique. Dans ce domaine l'expression du produit de convolution devient :

$$s(n)=\sum_{k=0}^{L-1}h(k).e(n-k)$$

Avec L la taille de la réponse impulsionnelle.

2) Problème

Notre objectif est d'obtenir la réponse impulsionnelle du canal connaissant $e(t)$ et $s(t)$. L'information importante à laquelle nous n'avons pas accès est la durée cette réponse. Cette information est pourtant importante. En son absence, il y aura deux cas de figures:

- La détermination par excès. Dans ce cas, on observe $e(t)$ et $s(t)$ sur une période beaucoup plus longue que la durée réelle. Les derniers coefficients du vecteur $h(k)$ sont donc inutiles.
- La sous-détermination. A l'inverse, on observe $e(t)$ et $s(t)$ sur une période inférieure à la durée réelle. Il s'agit donc d'une troncature.

Le premier cas n'implique pas de perte d'information contrairement au second. Néanmoins plus le vecteur H a de coefficients plus le système a de calculs à faire. L'excès n'est donc pas une solution idéale. De plus certaines troncatures peuvent s'avérer acceptables.

Pour notre dispositif, il y a deux possibilités : soit on fixe une durée d'observation, soit on inclut une phase d'évaluation de cette durée. Pour ce projet, nous nous sommes limités à fixé la durée. Mais comment la choisir ?

Au départ, nous pensions utiliser un critère de puissance. En effet, on sait que le signal reçu est une somme de copies retardées et atténuées du signal émis. L'atténuation est d'autant plus importante que le retard est grand. Si l'on peut établir une relation entre le retard et l'atténuation alors on peut fixer la borne supérieure d'observation de $h(t)$ par un critère de puissance.

Il existe justement une formule donnant l'atténuation en fonction de la distance par rapport à l'émetteur (convertissable en temps). Malheureusement, elle se limite à l'espace libre et au champ lointain, ce qui n'est pas notre cas.

Une autre possibilité est de faire des suppositions sur l'environnement en utilisant par exemple des statistiques. A partir de ces données, on débouche sur un modèle que l'on peut simuler. Pour le champ lointain, on peut même se simplifier les calculs en utilisant des méthodes géométriques basées sur la notion de rayon.

Nous sommes ici en champs proche, il faut donc réaliser une simulation ou même mieux des essais. Cependant, la distance entre l'émetteur et le récepteur est très faible (2 m).

Mon responsable de stage m'a donc conseillé de me limiter au trajet direct. Dans ce cas le canal est approximé par une atténuation et un retard.

Dans cette partie, nous ne considérerons pas le modèle retard/atténuation. Nous resterons dans un cadre général de manière à choisir une solution capable de s'écarter de tout modèle.

Il y a un autre problème : le canal peut évoluer au cours du temps. Pour que le dispositif fonctionne bien, il faut que le modèle ne varie pas au cours de son utilisation. L'évolution du canal est principalement liée au mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur. Si l'émetteur et le récepteur sont sur un même véhicule, il n'y a pas de mouvement relatif. Cela ne veut pas dire pour autant que le canal n'évoluera pas mais que l'évolution se fera à une vitesse moindre. Pour cette raison, nous considérerons que le canal n'évolue pas au cours de l'utilisation d'un modèle. D'autre part, nous ne serons pas concernés par l'effet Doppler qui est inhérent au mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur.

3) Méthodes d'identification

Nous allons maintenant nous intéresser aux méthodes d'identification des systèmes linéaires:

a) Déconvolution simple

Notre objectif est d'obtenir la réponse impulsionnelle du canal connaissant $e(t)$ et $s(t)$. La méthode la plus simple est la déconvolution. Elle consiste à exprimer le produit de convolution sous une forme matricielle, puis à effectuer une inversion de la matrice. Nous allons décrire la procédure :

Soit le vecteur S contenant les N_s derniers échantillons de la sortie :

$$S=[s(1), s(2), s(3) \dots s(N_s)]^T$$

Avec $s(N_s)$ l'échantillon le plus récent.

Soit le vecteur H comportant les N_H coefficients du canal:

$$H=[h(1), h(2), h(3) \dots h(N_H)]^T$$

Soit la matrice M de dimension $N_s \times N_H$ avec $m_{ij}=x(i-j)$

On en arrive à l'expression :

$$S=M.H$$

En développant :

$$\begin{pmatrix} s(1) \\ s(2) \\ s(3) \\ \vdots \\ s(N_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e(1-1) & e(1-2) & e(1-3) & \dots & e(1-N_H) \\ e(2-1) & e(2-2) & e(2-3) & \dots & e(2-N_H) \\ e(3-1) & e(3-2) & e(3-3) & \dots & e(3-N_H) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ e(N_s-1) & e(N_s-2) & e(N_s-3) & \dots & e(N_s-N_H) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} h(1) \\ h(2) \\ h(3) \\ \vdots \\ h(N_H) \end{pmatrix}$$

On souhaiterait pouvoir écrire:

$$H=M^{-1}.S$$

Pour cela, il faut que M soit inversible. Si $N_s \neq N_H$ alors M n'est pas inversible. Néanmoins, il est possible de rendre M carré en ajoutant des zéros aux vecteurs H jusqu'à ce que $N_s = N_H$. Ce qui revient à ajouter des informations inutiles.

On peut donc en théorie déterminer par déconvolution la réponse impulsionnelle du canal. Mais il y a un problème: cette méthode néglige le bruit. En le prenant en compte, on obtient :

$$S=M.H+B$$

Ainsi par la déconvolution directe, on calcule en fait:

$$H= M^{-1}.S- M^{-1}.B$$

Avec la matrice B contenant les échantillons de bruit.

Il a été remarqué que la matrice M est toujours mal conditionnée. Cela signifie qu'elle possède des valeurs propres très petites. Après inversion, les petites valeurs propres deviennent très grandes et le bruit est amplifié. Le résultat obtenu peut être inexploitable.

Pour cette raison, la déconvolution simple n'est jamais utilisée.

On peut également essayer de déconvoluer dans le domaine fréquentiel. Sachant que l'on a en temporel :

$$s(t)=h(t)*e(t)+b(t)$$

Soit après transformée de Fourier :

$$s(f)=h(f).e(f)+b(f)$$

$$h(f)=s(f)/e(f)-b(f)/e(f)$$

Dans la mesure où le bruit n'est pas directement accessible, on fera l'approximation:

$$h(f)=s(f)/e(f)$$

Ce qui revient en fait à calculer $h(f)+b(f)/e(f)$. Le signal $e(t)$ est un signal réel, sa bande de fréquence est donc nécessairement limitée. Ce qui induit l'amplification du bruit pour les

fréquences non comprises dans la bande du signal (division par une valeur proche de zéro). Conséquence, le signal $h(t)$ sera lui aussi inexploitable.

La déconvolution n'est donc pas utilisable directement. Cependant, il est à noter que l'estimation sera d'autant meilleure que le rapport signal sur bruit sera élevé. Or, le SNR peut être calculé à partir des signaux d'émission et de réception (méthode indirecte).

b) Moindre carré

On part du principe que le bruit nous empêche d'accéder à la valeur réelle de H , on s'intéresse donc à une approximation. Dans le cadre des moindres carrés, cette approximation minimise la fonction coût suivante:

$$J(\hat{H}) = \|S - M \cdot \hat{H}\|^2$$

Pour obtenir la valeur analytique de l'estimée de H , il faut déterminer la valeur qui annule le gradient de la fonction coût. Au final, on obtient :

$$\hat{H} = (M^T \cdot M)^{-1} \cdot M^T \cdot S$$

Cette méthode n'est pas directement utilisée. En effet, la matrice M étant mal conditionnée, la matrice $(M^T M)$ l'est encore moins.

c) Régularisation

La régularisation consiste à apporter de l'information supplémentaire. Concrètement, on cherche H de manière à réduire l'erreur quadratique moyenne tout en respectant un certain critère. Dans le cadre de la transmission RF, il n'y a rien de pertinent. Cependant, si on a une idée de la solution attendue, on peut essayer de minimiser cette ressemblance. La fonction coût dans ce cas est la suivante:

$$J(\hat{H}) = \|S - M \cdot \hat{H}\|^2 + \mu \cdot \|H - H_a\|^2$$

Le paramètre μ permet d'indiquer le degré de ressemblance souhaité.

Grâce à la précédente partie, on sait que H n'est pas quelconque. En effet, la propagation dans le canal se fait suivant certains trajets. Cependant cette connaissance n'est pas suffisante pour anticiper sur la forme de H .

Une autre possibilité consiste à considérer le vecteur H comme une variable aléatoire et à lui donner une loi de répartition. Par exemple une gaussienne de valeur moyenne μ et de variance σ^2 . Dans ce cas, on cherche à minimiser la différence entre les grandeurs statistiques attendues et les grandeurs mesurées.

Un canal peut parfois être assimilé à une variable aléatoire avec une fonction de répartition connue comme par exemple un canal de Rayleigh. Mais cette constatation se fait généralement après coup. Bien que la fonction de répartition est caractéristique de certaines propriétés du milieu, il n'est pas simple de raisonner dans l'autre sens.

d) Corrélation et FFT

Dans la partie « modélisation des canaux radiofréquence », nous avons vu que le signal peut être vu comme une somme de copies retardées et pondérées du signal d'entrée. Ainsi, le produit de corrélation du signal émis avec le signal reçu comportera des extremums à chaque retard. Cependant, il est difficile de déduire de ces extremums l'atténuation des trajets. Même en connaissant le signal émis le lien n'est pas évident. Par contre, on peut tenir le raisonnement suivant :

$$s(t)=h(t)*e(t)+b(t)=y(t)+b(t)$$

Après corrélation avec le signal émis, on a :

$$R_{es}(t)=R_{ey}(t)+R_{eb}(t)$$

Passons en fréquentiel :

$$R_{es}(f)=R_{ey}(f)+ R_{eb}(f)=E(f).Y(f) + R_{eb}(f)=E(f)^2.H(f) + R_{eb}(f)$$

Donc :

$$H(f) = \frac{R_{es}(f)}{R_{ee}(f)} - \frac{R_{eb}(f)}{R_{ee}(f)}$$

On n'a pas directement accès au bruit. Ainsi, le calcul de H(f) est ramené au rapport de $R_{es}(f)$ et $R_{ee}(f)$, ce qui signifie qu'on calcule en réalité:

$$\hat{H}(f) = H(f) + \frac{R_{eb}(f)}{R_{ee}(f)}$$

En simplifiant le rapport $R_{es}(f)/R_{ee}(f)$ par E(f), on retrouve l'identification directe : S(f)/E(f). Le problème de la méthode directe est la bande limitée du signal E(f) qui entraîne une division par zéro du bruit et donc une amplification de celui-ci. Dans le cas qui nous intéresse la situation est différente on divise le produit de corrélation du signal émis et du bruit par l'autocorrélation du signal émis. Si le signal émis et le bruit sont suffisamment décorrélé, on peut admettre que :

$$\hat{H}(f) \approx H(f)$$

Cependant, cette hypothèse est à nuancer car E(f) est à spectre limité et donc $R_{ee}(f)$ est aussi à spectre limité. On retrouve le problème de la division par 0.

Il est possible de ne pas faire le calcul pour les valeurs de $E(f)$ proches de zéro. Néanmoins, cela signifie que l'on n'utilise pas toute l'information disponible pour le calcul de $H(f)$.

e) Corrélation directe

La corrélation directe consiste à choisir $e(t)$ de telle sorte que son autocorrélation soit un Dirac. En effet, dans ce cas l'intercorrélacion du signal reçu et du signal émis donne $h(t)$ à une constante près:

$$s(t) = h(t) * e(t) + b(t)$$

$$s(t) * e(t) = h(t) * (e(t) * e(t)) + b(t) * e(t)$$

$$b(t) * e(t) = 0 \text{ si le bruit et le signal sont décorrélés}$$

$$e(t) * e(t) = P \cdot \delta(t) \text{ avec } P \text{ la puissance du signal}$$

$$R_{es}(t) = h(t) * P \cdot \delta(t) = P \cdot h(t)$$

On connaît généralement la puissance du signal émis et on peut donc en déduire $h(t)$. Cependant, cette méthode est critiquable pour deux raisons. D'abord, elle contraint l'utilisateur dans le choix du brouilleur ; d'autre part, il n'existe pas de signal possédant totalement cette propriété. On peut en trouver qui vont s'en rapprocher comme le bruit blanc mais ce n'est jamais parfait. De plus pour mettre en évidence cette propriété, il faut observer le signal sur une durée assez longue.

Conclusion cette méthode pourrait se révéler complexe à mettre en place.

f) Le filtrage adaptatif

Le filtrage adaptatif est utilisé pour l'identification de système linéaire. Il s'agit d'approximer le système étudié par un FIR.

Cette méthode peut être résumée de la manière suivante :

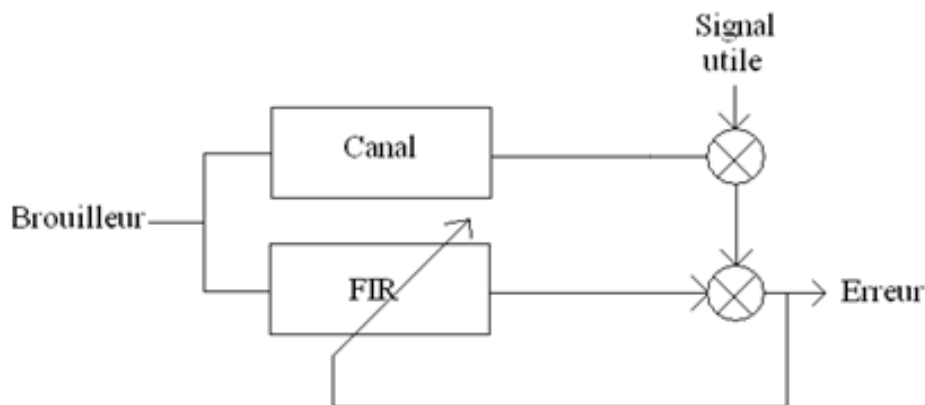


Figure 5 : Filtrage adaptatif

Le signal réceptionné est la somme du brouilleur modifié par le canal et du signal utile. Le FIR a N coefficients que l'on initialise à des valeurs quelconques. A chaque itération, on vient soustraire au signal réceptionné la convolution du brouilleur par le FIR (l'image du brouilleur à la sortie du canal). Puis en fonction de la valeur de l'erreur, on modifie les coefficients. Après un certain nombre d'itérations, si le canal n'évolue pas, les coefficients convergent. Suivant la qualité de l'algorithme, le FIR est plus ou moins proche de la réponse impulsionnelle du canal.

En fonction du choix de l'algorithme, le dispositif aura différentes propriétés: vitesse, précision et immunité au bruit. Il est donc difficile d'établir des généralités sur cette solution.

g) Algorithme adaptatif pour modèle multi-trajets

Il existe des algorithmes adaptatifs dédiés au modèle multi-trajets. Malheureusement, ils nécessitent des informations préalables sur le canal (nombre de trajets etc.). D'autre part ils sont aussi exigeants en calculs que les filtres adaptatifs. Cette méthode semble donc peu intéressante.

Cependant la notion de multi-trajets pourrait être exploitée dans le but de réduire le nombre de calculs : on pourrait par exemple obtenir une estimation de $h(t)$ grâce à un filtrage adaptatif puis scruter le vecteur de manière à déterminer les trajets prépondérants. Cela nécessiterait un algorithme de scrutation avec seuil. En contre partie, on gagnerait en calculs sur la convolution.

V] Le filtrage adaptatif

Nous avons opté pour le filtrage adaptatif. La raison est simple : toutes les autres solutions possèdent au moins un défaut rédhibitoire. Dans cette partie, nous présentons la solution et nous la validons par des simulations. Mais avant cela, nous indiquons la modélisation du dispositif avec laquelle nous allons travailler.

1) Modélisation du problème

a) Modélisation du canal brouilleur-réception

Nous proposons un schéma simplifié du dispositif :

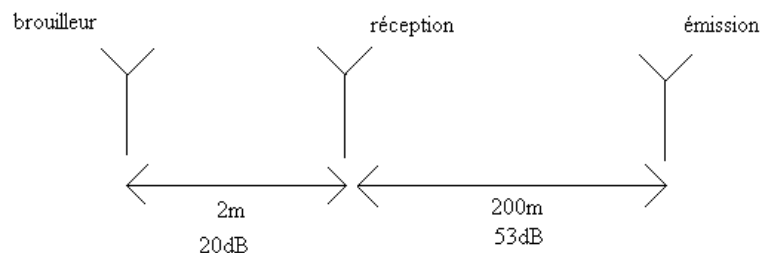


figure 6 : Schéma du dispositif

La complexité d'un canal de propagation est liée à la nature et aux nombres de ses obstacles. Dans notre cas, la visibilité entre l'antenne du brouilleur et l'antenne de réception est parfaite, nous nous limiterons donc au trajet direct. Le canal sera donc modélisé par une atténuation et un retard.

Nous allons fixer ces deux grandeurs:

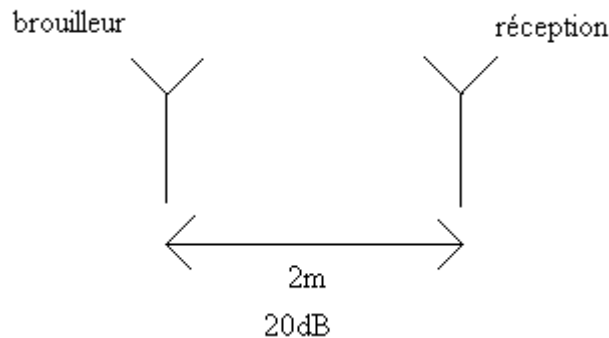


Figure 7 : Modélisation du canal brouilleur-réception

Pour ce qui est du retard, il faut savoir qu'il y a trois distances : la distance liée à la propagation dans le câble coaxial à l'émission (environ 2m), la distance antenne brouilleur-antenne réception (2m), la distance liée à la propagation dans le câble coaxial à la réception (environ 2m). Pour l'air la propagation se fait à la vitesse de la lumière (c) et pour les câbles coaxiaux elle se fait à $c/\sqrt{\epsilon}$ avec $\epsilon=2$. Le retard vaut donc :

$$\frac{L_{air}}{c} + \frac{2.L_{coaxe}}{c} = 25ns$$

On a donc un retard de 25ns. Ce qui représente 5 échantillons de retard puisque la fréquence d'échantillonnage est de 200MHz.

Pour ce qui est de l'atténuation, mon maître de stage m'a indiqué une valeur bien connue pour nos conditions d'utilisation : 20dB en puissance.

Pour l'ensemble de nos simulations, le canal correspondra donc à un retard de 25ns et une atténuation de 20dB en puissance.

b) Modélisation du canal émission-réception

En théorie, nous n'avons pas besoin de caractériser le canal émission-réception. En effet, notre objectif est d'annuler le brouilleur sans modifier le signal utile. Ce qui ne nécessite pas de connaître le canal. Cependant, il est nécessaire de connaître l'atténuation qu'il provoque pour en déduire la puissance du signal utile à la réception. En effet, l'identification de $h(t)$ est d'autant plus difficile que la puissance de u est élevée :

$$y = h.X^T \xrightarrow{u} y = h.X^T + u$$

Pour que nos simulations soient réalistes, nous devons donc respecter le niveau de puissance du u. Pour cela, nous allons calculer l'atténuation provoquée par le canal émission-réception et nous ajouterons cette donnée à notre modèle :

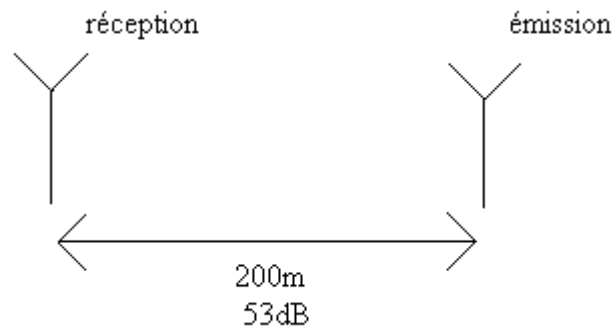


figure 8 : Modélisation du canal émission-réception

La distance antenne de réception-antenne d'émission est d'environ 200 m. Le signal utile est un signal VHF-FM de fréquence centrale 55MHz et de bande de 25kHz. Comme sa bande est étroite, on associera à l'onde du signal utile une longueur d'onde correspondant à la fréquence centrale, soit après calcul $\lambda=5,45m$. Or $10.\lambda < 200$ m, on peut donc utiliser la formule d'atténuation en espace libre (Friiz). Il s'agit d'une approximation car dans la pratique nous ne serons pas en espace libre et l'onde sera également atténuée par les obstacles. La formule de Friiz est la suivante :

$$\frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4.\pi.R} \right)^2$$

R correspond à la distance entre les deux antennes.

On obtient une atténuation de 53dB.

Pour finir, les puissances d'émissions sont toutes les deux identiques : 10W.

Toutes les données du problème sont donc connues. A ce stade, nous pouvons réaliser l'environnement sous simulink. Il a été nécessaire de convertir les données en puissance en amplitude car les opérations se font échantillon par échantillon.

2) Problématique

Nous rappelons que l'algorithme en lui même ne suffit pas. Pour estimer correctement le canal par un FIR, il faut bien choisir la durée de la réponse impulsionnelle et avoir une résolution suffisante pour mettre en évidence les différentes réflexions dans le milieu. Nous considérerons que notre modèle est proche de la réalité et que nous sommes donc en mesure de bien dimensionner le FIR.

Soit le filtre $H(k)$ de L coefficients à l'instant k : $H=\{h(1), h(2),h(3)\dots h(L)\}^T$.

Soit le vecteur $X(k)$ des L derniers échantillons du brouilleur à l'instant k : $X(k) = \{x(k), x(k-1), x(k-2) \dots x(k-(L-1))\}^T$

Soit le dernier échantillon du brouilleur modifié par les effets du canal : $y(k)$

L'erreur entre le signal réel et le signal recomposé à l'instant k est :

$$e(k) = y(k) - X(k)^T H$$

En théorie, si $y(k)$ n'était pas bruité, il suffirait de faire n mesure et de résoudre un système d'équations à n variables. Dans ce cas, on considère qu'il existe un vecteur H_{opt} tel que pour toute mesure à l'instant k , on a :

$$y(k) = X(k)^T H_{opt}$$

Dans la pratique le canal va introduire du bruit et on ne mesurera pas $y(k)$ mais $d(k) = y(k) + b(k)$ avec $b(k)$ la valeur du bruit à l'instant k . Mais notre cas est encore plus complexe, on reçoit également le signal utile $u(k)$. Ainsi :

$$e(k) = d(k) - X(k)^T H$$

avec $d(k) = y(k) + u(k) + b(k)$

Notre objectif n'est pas de tendre vers une erreur nulle mais vers le signal utile. Comme le système n'a pas vocation à éliminer le bruit, on tendra vers $u(k) + b(k)$. Dans le reste du rapport, nous ne dissociérons pas le signal utile et le bruit. Nous utiliserons le terme signal utile ($u(t)$) pour faire référence à tout ce qui n'est pas $y(k)$.

Bien que nous cherchions à obtenir le signal utile, il doit être considéré comme un élément perturbateur puisqu'il nous gêne dans la modélisation du canal. En effet, la modélisation consiste à déterminer la réponse impulsionnelle du canal à partir de la relation entrée/sortie. L'ajout du signal utile fausse cette relation.

En présence de mesure bruitée, une bonne approximation est la méthode des moindres carrés (principe d'orthogonalité). Considérons un vecteur D des m derniers échantillons reçus, un vecteur E contenant les m dernières erreurs et le vecteur Xh contenant les m dernières valeurs de $X(k)^T H$. Il est à noter que m doit être au moins égal à n . Dans la pratique, il est souvent supérieur. La notion d'orthogonalité peut être illustrée de la manière suivante :

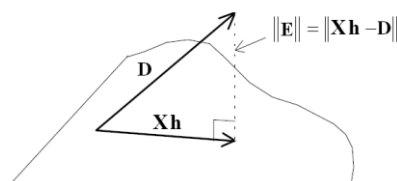


Figure 9 : Projection orthogonale

E orthogonale à Xh signifie que le produit scalaire des vecteurs E et Xh est nul :

$$\langle E, Xh \rangle = \langle Xh - D, Xh \rangle = 0$$

Comme h est sensé être une constante alors :

$$\langle E, Xh \rangle = h \cdot \langle E, X \rangle$$

Donc l'orthogonalité de E et Xh revient à l'orthogonalité de E et X. Nous utiliserons cette relation ultérieurement.

En mettant X sous la forme d'une matrice de Toplitz (dans le but de la rendre inversible), on arrive à la solution des moindres carrés:

$$h_{opt} = (X^T X)^{-1} X^T d$$

Cependant comme nous l'avons expliqué précédemment, cette expression n'est pas directement exploitable à cause de la matrice X. En effet, son mauvais conditionnement conduit à l'amplification du bruit après inversion. L'idée consiste à ne pas inverser de matrice. Pour cela, on utilise des méthodes itératives. Dans la suite nous nous intéresserons à ces différents algorithmes.

3) Filtres adaptatifs

Tout d'abord il faut savoir que notre recherche de filtre optimal rentre dans le cadre plus général de l'optimisation. Un problème d'optimisation est un problème qui consiste à rechercher un vecteur X qui minimise une fonction coût f(X). Dans notre cas le vecteur X est un filtre de taille L et la fonction coût est une fonction de l'erreur à définir. C'est le choix de cette fonction coût qui détermine les propriétés de l'algorithme :

- la rapidité de convergence
- la précision
- la capacité de poursuite (tracking) des variations du système
- l'immunité au bruit
- Nombre de calcul (complexité)

Il existe deux grandes familles de filtres adaptatifs : les MCR (Moindre carré récursive) et les LMS (méthode du gradient) Si l'on respecte certaines conditions, on tend dans les deux cas vers une estimée de la solution des moindres carrés.

Nous allons vous présenter ces deux familles de filtres adaptatifs.

3.1) Présentation

a) Les MCR

Comme, nous l'avons dit précédemment c'est la fonction coût qui définit un filtre adaptatif. Dans le cas des moindres carrés récurrents, on cherche à minimiser la somme des erreurs au carré :

$$J(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - h(n)^T X(i)]^2$$

Le coefficient λ est un coefficient d'oubli. Plus on s'éloigne de 1 plus on néglige le passé. Une valeur trop faible de λ peut dénaturer l'algorithme.

L'algorithme des MCR est obtenu en cherchant l'expression récursive de $h(n)$ qui annule le gradient de la fonction coût (point où $J(n)$ est minimum). On peut également obtenir le même algorithme en cherchant la forme récursive de la solution des moindres carrés :

$$h_{opt}(i) = (X(i)^T X(i))^{-1} X(i)^T d(i).$$

Les MCR sont connus pour avoir une convergence rapide et une forte immunité au bruit. En contre partie, il possède une faible capacité de tracking. Cet inconvénient est inévitable puisque l'immunité au bruit et la capacité de poursuite sont des qualités incompatibles. En effet, pour avoir une bonne immunité au bruit, il faut consulter le passé en plus du présent. Cela permet d'obtenir une forme de valeur moyenne. Cependant si le canal évolue, le passé donnera des informations obsolètes et les résultats seront mauvais.

D'autre part, il nécessite un grand nombre de calculs. On le réserve donc aux cas stationnaire et pour des filtres à faible nombre de coefficients.

b) Algorithmes LMS

La fonction coût est simplement l'erreur courante au carré :

$$J(n) = [d(n) - h(n)^T X(n)]^2$$

A chaque itération, on incrémente $h(n)$ dans le sens opposé du gradient de $J(n)$. Ce qui donne l'expression de $h(n)$ suivante:

$$h(n) = h(n-1) + \mu \cdot X(n) \cdot e(n)$$

Le paramètre μ détermine la vitesse, la précision et la convergence de l'algorithme.

Cet algorithme possède des caractéristiques inverses à celles du MCR. En effet comme on peut le voir à la fonction coût seul le présent est consulté. On obtient donc une grande capacité de tracking et une faible immunité au bruit. D'autre part cette simplicité se traduit également par une faible exigence en calcul comme on peut le voir à l'expression de $h(n)$.

Nous allons maintenant caractériser les deux algorithmes à partir des critères que nous avons indiqués précédemment.

3.2) Caractérisation des algorithmes

a) L'algorithme LMS

a.1) Le filtrage de Wiener :

Tout d'abord, il faut savoir que les algorithmes LMS dérivent du filtrage de Wiener (J.Benesty, lecture 3), également appelé Moindre carré moyen. On essaie alors de minimiser l'espérance mathématique (moyenne d'ensemble) de l'erreur quadratique :

$$J(n) = E\{e(n)^2\}$$

Cet algorithme est nécessairement plus efficace que les MCR qui minimisent (approximativement) une estimée instantanée de l'espérance mathématique de l'erreur quadratique :

Pour le filtrage de Wiener, on a :

$$J(n) = E\{e(n)^2\} = \frac{1}{tot} \sum_{k=1}^{tot} e(k)^2$$

Avec « tot » le nombre total d'échantillons. On considère ici l'espérance mathématique comme une moyenne d'ensemble.

Alors que les MCR minimisent à l'instant n :

$$J(n) = \sum_{k=1}^n e(k)^2 \text{ soit une estimée instantanée.}$$

Le filtrage de Wiener est une méthode ad hoc peu utilisée en filtrage adaptatif car il nécessite de connaître les lois de probabilités des différents signaux. En effet, réécrivons la fonction coût :

$$J(n) = E\{[d(n) - h(n)^T X(n)]^2\} = E\{d(n)^2\} - 2 \cdot E\{d(n) \cdot X(n)^T\} \cdot h + h^T \cdot E\{X(n) \cdot X(n)^T\} \cdot h$$

On note :

$$R = E\{X(n) \cdot X(n)^T\} \text{ la matrice d'autocorrélation}$$

$$P = E\{X(n) \cdot d(n)\} \text{ la matrice d'intercorrélation}$$

Et d'autre part $\sigma_d^2 = E\{d(n)^2\}$ est la variance de $d(n)$ (s'il est centré)

Ainsi :

$$J(\mathbf{h}) = \sigma_d^2 - 2 \cdot \mathbf{P}^T \cdot \mathbf{h} + \mathbf{h}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{h}$$

Pour pouvoir utiliser l'algorithme, les matrices d'autocorrélation \mathbf{P} et d'intercorrélation \mathbf{R} , ainsi que la variance du signal désiré, doivent être connues.

Comme dans le cas des LMS, à chaque itération on incrémente le filtre $\mathbf{h}(n)$ dans la direction inverse du gradient :

$$\frac{dJ(n)}{d\mathbf{h}(n)} = -2 \cdot \mathbf{E}\{\mathbf{e}(n) \cdot \mathbf{X}(n)\}$$

Soit :

$$\mathbf{h}(n) = \mathbf{h}(n-1) + 2 \cdot \mathbf{E}\{\mathbf{e}(n) \cdot \mathbf{X}(n)\}$$

La fonction coût a une forme quadratique. Elle admet donc un minimum unique. Ce qui est particulièrement intéressant puisque la principale difficulté de l'optimisation est de distinguer le minimum et les minimums locaux. Cette méthode nous garantit donc une convergence vers le minimum de la fonction. Il est atteint lorsque son gradient s'annule. Soit lorsque $\mathbf{E}\{\mathbf{e}_{\min}(n) \cdot \mathbf{X}(n)\} = \mathbf{0}_{L \times 1}$. Ce qui signifie que l'erreur est orthogonale (en moyenne) aux échantillons de $\mathbf{X}(n)$. Cette constatation nous ramène bien à la solution des moindres carrés :

$$\langle \mathbf{E}, \mathbf{X} \rangle = 0$$

De plus, après réécriture, on a :

$$\mathbf{E}\{\mathbf{X}(n) \cdot [\mathbf{d}(n) - \mathbf{X}(n)^T \mathbf{h}_{\text{opt}}]\} = \mathbf{0}_{L \times 1}$$

$$\mathbf{E}\{\mathbf{X}(n) \cdot \mathbf{X}(n)^T\} \cdot \mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{E}\{\mathbf{X}(n) \cdot \mathbf{d}(n)\}$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{P}$$

Soit $\mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{P}$ appelé solution de Wiener.

Ce qui peut s'écrire aussi $\mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{E}\{\mathbf{X}(n) \cdot \mathbf{X}(n)^T\}^{-1} \cdot \mathbf{E}\{\mathbf{X}(n) \cdot \mathbf{d}(n)\}$

On retrouve une forme proche de celle des Moindres carrés : $\mathbf{h}_{\text{opt}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{d}$. La différence est que l'on utilise ici les données statistiques des signaux pour obtenir le filtre optimum sur l'ensemble du signal (filtre moyen). On augmente ainsi l'immunité au bruit. Ce que recherchent les utilisateurs des moindres carrés.

a.2) Approximation statistique:

Dans la pratique on ne connaît pas à l'avance toutes les propriétés des signaux et d'autre part certains milieux ne sont pas stationnaires, ce qui induit une variation des grandeurs statistiques. On utilise donc plutôt des estimées. C'est le cas des filtres LMS.

Comme nous l'avons dit précédemment on cherche à minimiser l'erreur quadratique instantanée. Ce qui revient à remplacer le gradient du filtre de Wiener « $-2.E\{e(n).X(n)\}$ » par une estimée instantanée « $-2.e(n).X(n)$ » ou bien les matrices R et P par leur estimée instantanée :

$$R_{\text{est}} = X(n).X(n)^T$$

$$P_{\text{est}} = X(n).d(n)$$

A chaque itération, on a donc:

$$h(n) = h(n-1) + \mu.X(n).e(n)$$

L'algorithme LMS revient à utiliser la méthode des moindres carrés sur les n derniers échantillons au lieu de la totalité dans le cas du filtre de Wiener. Il en résulte une plus grande sensibilité au bruit mais en contrepartie une meilleure capacité de tracking. En effet, on ne considère plus la totalité du signal et on peut ainsi suivre les variations locales.

a.3) Stabilité et précision:

Comme l'algorithme LMS est une approximation du filtre de Wiener, il ne peut pas converger vers la solution optimale : la solution de Wiener. Cependant il peut s'en approcher suivant certaines conditions. Il a été démontré (J.Benesty, lecture 6) que la fonction coût de l'algorithme LMS « $J(n) = e(n)^2$ » converge en moyenne si l'on respecte la condition de stabilité suivante :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[J(n)] = \text{constante} \rightarrow 0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{\text{max}}}$$

Avec λ_{max} la valeur propre maximale de la matrice R.

D'autre part, la valeur moyenne de la fonction coût peut être exprimée en fonction de la valeur optimale, soit la valeur de la fonction coût obtenue avec le filtre de Wiener après convergence :

$$E[J(n)] = J_{\text{ex}}(n) + J_{\text{min}}$$

La fonction $J_{\text{ex}}(n)$ est appelée erreur quadratique excédentaire. Elle caractérise l'écart par rapport à la solution optimale, soit la précision.

Il a été démontré que :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} J_{\text{ex}}(n) = J_{\text{min}} \cdot \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\mu \cdot \lambda_l}{2 - \mu \cdot \lambda_l}$$

Si l'on respecte la condition de stabilité, cette valeur est une constante et comme J_{min} est également une constante, il y a bien convergence de l'erreur quadratique moyenne.

On définit le misadjustement m par :

$$m = \frac{J_{ex}(\infty)}{J_{\min}} = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\mu \cdot \lambda_l}{2 - \mu \cdot \lambda_l}$$

Cette grandeur permet de caractériser la précision de l'algorithme.

La condition de stabilité est malheureusement difficile à utiliser. Tout d'abord nous n'avons pas accès à la matrice R et ensuite il faudrait un processus de diagonalisation. Il existe une approximation qui résout cette difficulté :

Nous expliquions précédemment que l'algorithme LMS utilise des estimées instantanés de P et R soit P_{est} et R_{est} . Considérons maintenant la condition de stabilité sur R_{est} . On a alors :

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{est \max}}$$

Or on a :

$$\text{tr}[R_{est}] = \sum_{l=1}^L \lambda_{est l}$$

$$\text{tr}[R_{est}] > \lambda_{est \max}$$

Donc on a :

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{tr}[R_{est}]} < \frac{2}{\lambda_{est \max}}$$

La condition de stabilité devient donc :

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{tr}[R_{est}]}$$

Or l'expression de la matrice R_{est} est la suivante :

$$R_{est} = \begin{pmatrix} x(n)^2 & x(n).x(n-1) & x(n).x(n-2) & \dots & x(n).x(n-(L-1)) \\ x(n-1).x(n) & x(n-1)^2 & x(n-1).x(n-2) & \dots & x(n-1).x(n-(L-1)) \\ x(n-2).x(n) & x(n-2).x(n-1) & x(n-2)^2 & \dots & x(n-2).x(n-(L-1)) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(n-(L-1)).x(n) & x(n-(L-1)).x(n-1) & x(n-(L-1)).x(n-2) & \dots & x(n-(L-1))^2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ainsi } \text{tr}[R_{est}] = \sum_{k=0}^{L-1} x(n-k)^2 = P_{est x}$$

Ainsi $\text{tr}[\mathbf{R}_{\text{est}}]$ est une estimée de la puissance du brouilleur si celui-ci est centré. Finalement, on estimera la condition de stabilité par :

$$0 < \mu < \frac{2}{P_{\text{est}x}}$$

La puissance instantanée peut se calculer facilement à chaque itération. On propose de prendre un pas normalisé :

$$\mu = \frac{\alpha}{P_{\text{est}x}}$$

La condition de stabilité devient alors indépendante du brouilleur :

$$0 < \alpha < 2$$

Il nous suffira donc de respecter cette condition pour que l'algorithme converge toujours.

Réécrivons maintenant l'expression de m le misadjustement par rapport aux valeurs propres de \mathbf{R}_{est} :

$$m = \sum_{l=0}^{L-1} \frac{\mu \lambda_{\text{est}l}}{2 - \mu \lambda_{\text{est}l}}$$

En partant du principe que l'on a $\mu \lambda_{\text{est} \max} \ll 1$, ce qui semble raisonnable puisqu'on a toujours : $\mu \ll 1$. On peut écrire :

$$m \approx \frac{\mu}{2} \sum_{l=0}^{L-1} \lambda_{\text{est}l} = \frac{\mu}{2} P_{\text{est}x}$$

Donc $m \approx \frac{\alpha}{2}$

Conclusion plus le pas d'adaptation sera grand plus la précision sera mauvaise.

a.4) La vitesse :

Nous allons maintenant nous intéresser à la vitesse de convergence de l'algorithme. Il a été démontré (document 11) que la fonction coût peut se mettre sous la forme :

$$J(n) = J_{\min} + \sum_{l=0}^{L-1} \lambda_l \cdot \exp\left(\frac{-n}{\tau_l}\right) |r_l(0)|^2$$

On retrouve les valeurs propres (λ_l) de la matrice \mathbf{R} .

Les constantes de temps τ_l dépendent des λ_l .

Les $r_i(0)$ sont des constantes que nous ne détaillerons pas ici.

En regardant l'expression de $J(n)$, on remarque qu'il s'agit d'une somme d'exponentielles de constantes de temps diverses. La fonction coût aura donc convergé lorsque l'exponentielle ayant la plus grande constante de temps aura convergé. Autrement dit, la constante de temps la plus élevée des exponentielles caractérise à elle seule la vitesse de l'algorithme. On peut montrer que toutes les constantes de temps sont bornées par :

$$\frac{-1}{2 \log(|1 - \mu \lambda_{\max}|)} < \tau_i < \frac{-1}{2 \log(|1 - \mu \lambda_{\min}|)}$$

Comme $\mu \ll 1$ alors :

$$\tau_k < \frac{1}{2\mu\lambda_{\min}}$$

Cette relation donne la borne supérieure des constantes de temps, elle permet donc de caractériser la vitesse minimale de convergence. Ce qui est suffisant pour caractériser la vitesse de convergence de l'algorithme. Cependant, les valeurs propres de R ne sont pas accessibles. On utilise donc la forme approchée suivante:

Pour commencer, on utilise les valeurs propres de l'estimée de R :

$$\tau_{est k} < \frac{1}{2\mu\lambda_{est \min}}$$

D'autre part, on s'intéresse à la constante de temps moyenne :

$$\tau_{est moy} \approx \frac{1}{2 \cdot \mu \cdot \lambda_{est moy}}$$

$$\text{Or } \lambda_{est moy} = \frac{1}{L} \cdot \sum_{l=1}^L \lambda_{est l} = \frac{P_{est x}}{L}$$

$$\text{Ainsi : } \tau_{est moy} \approx \frac{L}{2 \cdot \mu \cdot P_{est x}}$$

$$\text{Et donc : } \tau_{est moy} \approx \frac{L}{2 \cdot \alpha}$$

Conclusion, on a une expression analytique qui nous permet de calculer la constante de temps moyenne, c'est-à-dire le temps nécessaire en moyenne à un coefficient du filtre pour atteindre 63% de sa valeur finale. Cette grandeur permet de caractériser la vitesse de convergence.

D'autre part, on remarque que la constante de temps moyenne est inversement proportionnelle au pas d'adaptation. L'algorithme sera donc d'autant plus rapide que α est

grand. A l'inverse le misadjustement m est proportionnel à α . L'algorithme sera donc d'autant plus imprécis que α sera grand.

On arrive donc à une contradiction. On ne peut optimiser à la fois la vitesse et la précision. Il faudra chercher un compromis.

a.5) Quantification de l'efficacité du dispositif :

D'autre part, le filtre adaptatif tend vers la solution optimale de Wiener mais cette solution reste une approximation de la réponse impulsionnelle. Le signal de sortie contient donc un résidu lié à cette différence en plus du signal utile:

$$e(n) = F(X) - h(n)^T X(n) + u(n)$$

$$e(n) = \varepsilon(n) + u(n)$$

Avec $\varepsilon(n)$ le résidu.

Il faut ajouter que la présence du signal utile induit une oscillation du filtre $h(n)$ autour de sa valeur moyenne en régime permanent. Cette oscillation est d'autant plus importante que la puissance du signal utile est forte. Ainsi le résidu est modulé par les oscillations du filtre.

Nous caractériserons l'efficacité de notre filtre en régime permanent de deux manières:

- L'atténuation du brouilleur, c'est-à-dire le rapport de la puissance du résidu $\varepsilon(n)$ sur la puissance du brouilleur à la réception : atténuation = P_ε / P_{br}
- La lisibilité du signal utile, c'est-à-dire le rapport de la puissance du signal utile à la réception sur celle du résidu. En effet, notre objectif est la lecture du signal utile. Cette lecture sera difficile, voir impossible, si le résidu a une puissance proche ou supérieur de celle du signal utile. Le système sera d'autant plus performant que le rapport sera supérieur à 1 : lisibilité = P_u / P_ε

Avec la puissance qui se calcule pour un signal $x(n)$ par:

$$P_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)^2$$

N étant le nombre d'échantillons du signal.

Par ce calcul nous mesurerons notre capacité à lire le signal en sortie du système.

a.6) Nombres de calculs :

L'algorithme LMS nécessite $2L$ additions et $2L$ multiplications. Sa version évoluée le NLMS qui normalise le pas d'adaptation par la puissance, nécessite $3L$ additions et $3L$ multiplications. Pour les raisons que nous avons évoquées dans cette partie, nous utiliserons le NLMS.

b) Les MCR

b.1) Généralités

Les MCR sont plus complexes que les LMS. Comme nous l'avons indiqué précédemment, la fonction coût prend en compte le passé :

$$J(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} [d(i) - h(n)^T X(i)]^2$$

Le coefficient λ^{n-i} est là pour introduire de l'oubli. Il revient à utiliser un paramètre m tel que :

$$J(n) = \sum_{i=m}^n [d(i) - h(n)^T X(i)]^2$$

Cependant pour simplifier les calculs, on préfère la première expression.

L'algorithme est obtenu en cherchant le vecteur $h(n)$ qui annule le gradient de la fonction coût. Cela nous conduit à une solution de la forme :

$$h(n) = R^{-1}(n).P(n)$$

Avec :

$$R(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} .X(i).X(i)^T$$

$$P(n) = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} d(i).X(i)$$

On remarque que $h(n)$ à la forme de la solution de Wiener : $h_{opt} = R^{-1}.P$. Cependant $R(n)$ et $P(n)$ sont des estimées instantanées de R et de P . Ces estimées sont plus précises que celles utilisées par l'algorithme LMS qui se limitent aux L dernières échantillons.

Nous avons expliqué dans la présentation de la méthode des moindres carrés que l'on évite d'inverser une matrice pour des raisons de conditionnement. Avec les MCR, on résout ce problème en utilisant une méthode d'inversion récursive. C'est la grande différence par rapport aux LMS: on n'utilise pas de gradient pour avancer à chaque itération.

Après avoir appliqué l'identité de Woodbury pour l'inversion de la matrice $R^{-1}(n)$. On arrive à l'algorithme suivant :

$$k(n) = \frac{Q(n-1).X(n)}{1 + X^T(n).Q(n-1).X(n)}$$

$$e(n) = d(n) - X^T(n).h(n-1)$$

$$h(n) = h(n-1) + k(n).e(n)$$

$$Q(n) = Q(n-1) - k(n).X^T(n).Q(n-1)$$

Au milieu, on retrouve l'habituel calcul de l'erreur et l'incrémentation du filtre.

Nous allons maintenant, nous intéresser aux propriétés de l'algorithme.

b.2) Stabilité et précision:

La condition de convergence a été mise en évidence grâce à la relation (J.Benesty, lecture 10) :

$$E\{c(n)\} = \lambda^n . E\{c(0)\}$$

$$\text{Avec } c(n) = h(n) - h_{est\,opt}$$

Pour que $h(n)$ converge en moyenne, il faut que : $\lim_{n \rightarrow \infty} E\{c(n)\} = 0$. En effet, on a alors

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\{h(n)\} = h_{opt}. \text{ Cette condition implique :}$$

$$0 < \lambda < 1$$

En pratique, nous avons relevé que $\lambda = 1$ peut aussi fonctionner.

D'autre part, on relève que $E\{c(n)\}$ converge d'autant plus vite que λ est petit. Contrairement aux LMS il n'y a pas d'expression analytique pour caractériser la vitesse de convergence. Par contre on sait que cette vitesse est d'autant plus grande que λ est petit.

Pour la précision, il a été démontré que l'espérance mathématique de l'erreur peut se mettre sous la forme :

$$E\{e^2(n)\} = J_{ex}(n) + \sigma_u^2$$

On retrouve donc une forme proche de celle de l'algorithme LMS, c'est à dire la somme d'une valeur minimale $J_{min} = \sigma_u^2$ et d'une valeur excédentaire. Il a été démontré que :

$$J_{ex}(n) \approx \frac{1-\lambda}{2} . L . \sigma_u^2$$

Comme pour le LMS, on définit le misadjustement m :

$$m = \frac{J_{ex}(n)}{J_{min}} = \frac{1-\lambda}{2} \cdot L$$

On remarque que m est d'autant plus petit que λ est proche de 1. La précision augmente donc avec λ . Ce qui est logique, la valeur 1 correspond à une absence d'oubli.

On retrouve la même contradiction que pour les LMS, l'augmentation de la vitesse se fait au détriment de la précision et inversement.

Pour caractériser cet algorithme, nous utiliserons les mêmes notions que pour l'autre famille:

- L'atténuation du brouilleur (atténuation = P_s/P_{br})
- lisibilité du signal utile (lisibilité = P_u/P_s)
- vitesse. La notion de constante de temps ne semble pas s'appliquer, nous mesurerons la durée mis par l'algorithme pour atteindre le régime permanent.

b.3) Nombres de calculs :

Nous résumons dans un tableau le nombre et le type des calculs effectués par l'algorithme :

Type	additions	soustractions	multiplications	divisions
nombre	L^2+3L	L^2	$2L^2+3L$	L

On relève que les MCR nécessitent beaucoup plus de calculs que les LMS. C'est leur principal défaut.

c) LMS modifié pour Tracking

c.1) Principe

Le filtrage adaptatif comporte deux inconvénients :

- la nécessité de connaître la durée de la réponse impulsionnel du filtre (ou la durée caractéristique)
- le nombre élevé de calculs lié au nombre de coefficients du FIR

Pour résoudre cette difficulté, on propose une autre solution. Le brouilleur est un signal FM, il se caractérise donc par une fréquence « instantanée ». Le canal RF peut être modélisé par sa fonction de transfert (supposition de linéarité : absence de bruit), soit un gain et une phase pour une fréquence donnée. Les effets du canal sur le brouilleur sont donc une atténuation et un déphasage variant en fonction de la fréquence.

Partant de cette constatation, notre méthode ne consiste plus à modéliser le canal mais à modéliser ses effets.

Le traitement numérique consistera donc atténuer et déphaser le signal. Cependant, le déphasage et l'atténuation varient au cours du temps, il faudra donc que l'algorithme soit en mesure de suivre ces variations:

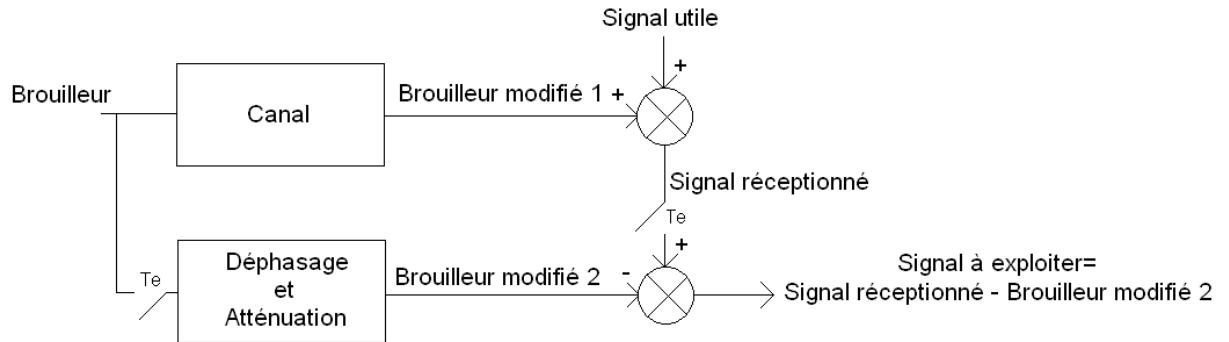


Schéma 10 : Organisation du nouveau dispositif

L'atténuation est simple à obtenir mais pour le déphasage c'est plus complexe. Notre astuce consiste à utiliser une modulation I-Q associée à un filtrage passe-bas. Cependant, la modulation I-Q introduira une transposition en fréquence, il faudra donc effectuer l'opération inverse par la suite. Nous expliquons le principe de fonctionnement ci-dessous:

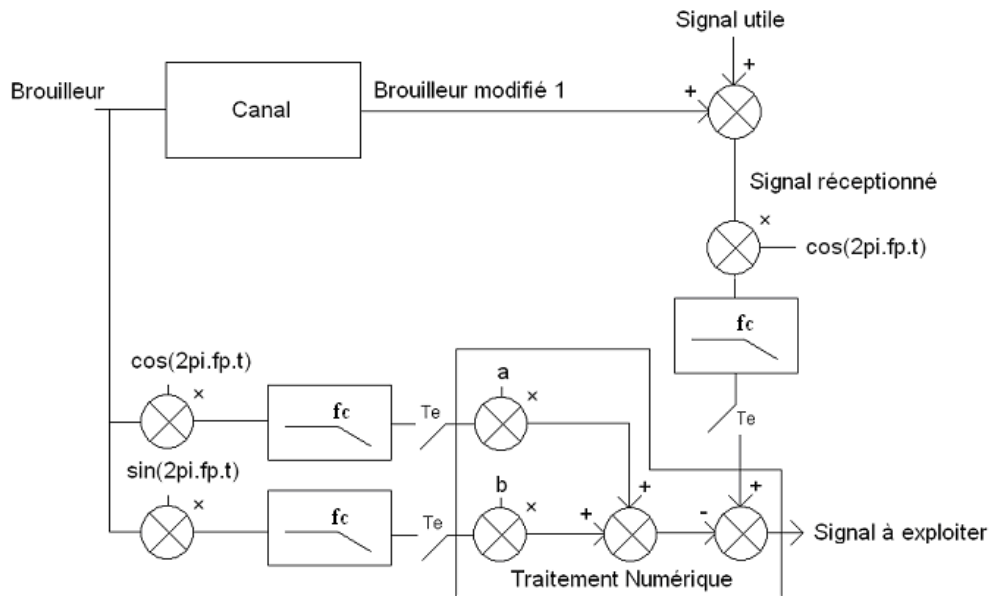


Schéma 11 : Dispositif avec modulation I-Q et filtrage

En considérant l'amplitude de la référence du brouilleur unitaire, le brouilleur à la sortie du canal s'écrit : $x_{ca}(t) = A(f(t)) \cdot \cos(2\pi \cdot f(t) \cdot t + \phi(f(t)))$. Notre objectif est d'arriver à une expression similaire par traitement numérique.

Pour cela, on multiplie la référence du brouilleur par deux porteuses de fréquence f_p en quadrature. On obtient donc en sorti des deux multiplieurs :

$$S_{\text{multi1}} = \frac{\cos(2\pi.(f_p + f(t)).t) + \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t)}{2}$$

$$S_{\text{multi2}} = \frac{\sin(2\pi.(f_p + f(t)).t) + \sin(2\pi.(f_p - f(t)).t)}{2}$$

En considérant le filtrage passe-bas parfait, on obtient en sortie des filtres :

$$S_{\text{filtre1}} = \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t)$$

$$S_{\text{filtre2}} = \sin(2\pi.(f_p - f(t)).t)$$

L'expression du brouilleur après traitement numérique est :

$$x_{\text{nu}}(t) = a \cdot \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t) + b \cdot \sin(2\pi.(f_p - f(t)).t)$$

Après réécriture, on obtient :

$$x_{\text{nu}}(t) = A_{\text{nu}} \cdot \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t + \varphi_{\text{nu}})$$

$$\text{Avec } A_{\text{nu}} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{Avec } \varphi_{\text{nu}} = \arctan(b/a)$$

On obtient donc une expression du même type que celle du brouilleur en sortie du canal. Cependant la fréquence instantanée n'est pas la même. On doit donc effectuer une transposition du signal reçu et un filtrage. Au final le signal reçu s'écrit :

$$S_{\text{reçu}}(t) = A(t) \cdot \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t + \varphi(t)) + u_{\text{tr}}(t)$$

Avec $u_{\text{tr}}(t)$ le signal utile transposé en fréquence.

Ainsi le signal en sortie du système avant re-transposition en fréquence est :

$$S_{\text{exp}}(t) = A(t) \cdot \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t + \varphi(t)) - A_{\text{nu}} \cdot \cos(2\pi.(f_p - f(t)).t + \varphi_{\text{nu}}) + u_{\text{tr}}(t)$$

En théorie, on est capable d'annuler le brouilleur en jouant sur a et b puisque son expression est la même que celle de son image.

Dans un souci de clarté, nos raisonnements ont été faits en analogique mais en réalité nous sommes en numérique et une petite subtilité apparaît. Considérons que la fréquence de la porteuse est de 70MHz :

Le brouilleur FM 50-60MHz émis est échantillonné, ce qui signifie que son spectre est le suivant :

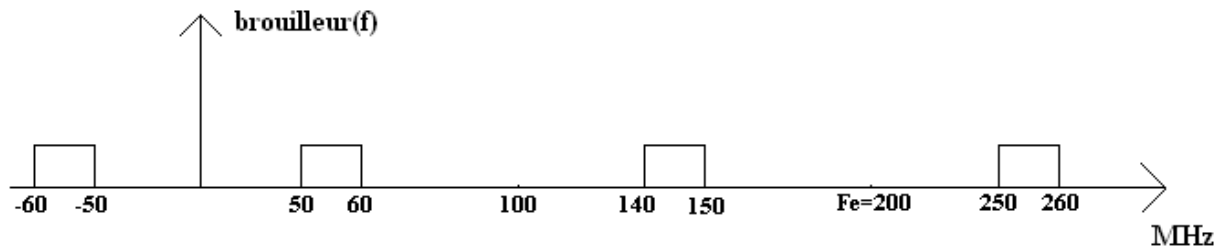


Schéma 3 : Spectre du brouilleur

Autrement dit le spectre du signal FM est périodisé à la fréquence d'échantillonnage 200MHz.

Lorsqu'on multiplie ce signal par une porteuse à 70MHz, on obtient pour f compris entre 0 et $f_e/2$:

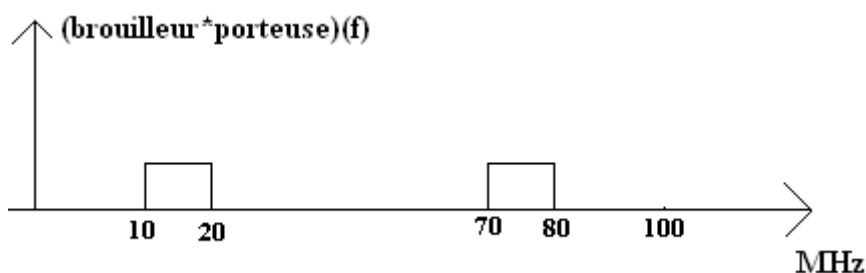


Schéma 4 : Spectre après transposition

La bande 10-20MHz correspond à $f_p - f(t)$ pour $f(t)$ compris entre 50 et 60MHz et la bande 70-80MHz correspond à $f_p - f(t)$ pour $f(t)$ compris entre 140 et 150MHz.

Dans nos raisonnements théoriques, nous avons $f_p + f(t)$ et $f_p - f(t)$ pour $f(t)$ compris entre 50 et 60MHz. La bande $f_p + f(t)$ n'apparaît pas sur le graphique car nous nous sommes limités à $f_e/2$.

L'objectif est toujours la conservation de la bande de plus basse fréquence mais la seconde bande est beaucoup plus proche : 70-80MHz au lieu de 130-140MHz. Pour obtenir une même efficacité de filtrage il faudra donc utiliser un ordre plus élevé.

Une autre possibilité serait d'effectuer deux filtrages : un avant la multiplication et l'autre après. Cela diminuerait l'ordre du filtre puisque dans ce cas la première bande à éliminer est à 140-150MHz (voir graphe). Par contre cela nécessite deux filtrages au lieu d'un.

Pour nos différentes simulations, nous avons utilisé un filtre d'ordre élevé (10) de manière à ne pas être gêné par le résidu.

c.2) Algorithme

Nous avons choisis d'utiliser la fonction coût des LMS car c'est celle qui donne la meilleure capacité de tracking. Pour rappel il s'agit de minimiser l'erreur quadratique instantanée:

$$J(n) = [d(n) - a(n-1) \cdot \cos(2\pi \cdot f(n) \cdot n \cdot T_e) - b(n-1) \cdot \sin(2\pi \cdot f(n) \cdot n \cdot T_e)]^2$$

On peut mettre cette expression sous la forme exacte d'un filtre LMS :

$$J(n) = [d(n) - h(n)]^T X(n)]^2$$

$$\text{avec } h(k-1) = [a(n-1) \quad b(n-1)]^T$$

$$\text{avec } X = [\cos(2\pi \cdot f(n) \cdot n \cdot T_e) \quad \sin(2\pi \cdot f(n) \cdot n \cdot T_e)]^T$$

De ce fait, on peut réutiliser l'ensemble des résultats des LMS si l'on est en régime stationnaire: convergence, vitesse, précision.

Cependant, nous sommes en régime non stationnaire et des nouvelles problématiques apparaissent:

- Notre algorithme est-il en mesure de suivre les variations de phase et d'atténuation induites par le canal (capacité de tracking) ?
- Quelles répercussions auront les non-stationnarités sur la précision ?

Nous allons donner quelques éléments de réponses :

Dans le cas stationnaire, nous avons deux phases : le régime transitoire (la convergence) et le régime permanent. Dans le cas non stationnaire il y aura toujours deux phases mais la seconde sera différente il s'agira d'un régime permanent de poursuite :

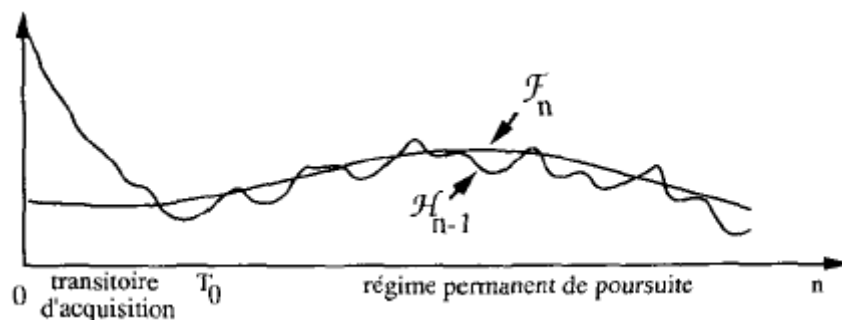


Figure 12 : Phases de fonctionnements en non stationnaire

Sur le graphique H_{n-1} est le filtre et F_n est le système réel.

Comme on peut le voir sur le graphique, la phase transitoire permet au filtre de se rapprocher de la solution en partant d'une valeur initiale très éloignée. En régime permanent de poursuite, le filtre oscille autour de la solution qui varie en fonction du temps. Comme nous l'avons expliqué en stationnaire cette oscillation est liée à la présence du signal utile.

Pour ce qui est de la capacité de tracking, nous rappelons que :

$$h(n) = h(n-1) + \mu \cdot X(n) \cdot e(n)$$

L'incrément entre deux itérations vaut donc :

$$\Delta h(n) = \mu \cdot X(n) \cdot e(n)$$

La capacité de tracking dépend donc de μ . Plus ce paramètre est élevé plus le filtre est en mesure de suivre des variations fortes du canal (en respectant les conditions de stabilité). Nous n'avons pas réussi à trouver la condition sur μ qui permet de garantir un suivi des variations. Notre grande difficulté est l'expression de l'incrément. Elle contient l'erreur qui n'est pas connue à l'avance.

L'augmentation de μ a aussi un effet négatif. Elle augmente l'amplitude de l'oscillation du filtre autour de sa valeur moyenne. La capacité de tracking et l'immunité au bruit sont donc des propriétés contraires.

Nous proposons une solution pour résoudre cette contradiction :

Le signal utile possède une fréquence centrale de 55MHz alors que les variations d'amplitude et de phase se font à une fréquence de 1kHz. Il y a donc un écart considérable de « vitesse de variation ». Ainsi, il existe un intervalle pour la grandeur μ tel que l'algorithme soit suffisamment rapide pour suivre les variations à un 1kHz mais incapable de suivre les variations du signal utile.

Nous n'avons pas réussi à établir la relation qui garantit ce critère. En simulation, nous nous sommes placés sur cet intervalle grâce à des essais successifs. Comme l'écart entre les deux vitesses de variations est élevé, l'intervalle des valeurs répondant à ce critère est large.

La précision de cet algorithme est en théorie inférieure à celle des deux autres puisque le tracking induit un retard sur la valeur optimale. Cependant, nous n'avons pas réussi à quantifier cette précision et plus généralement à quantifier la dynamique de l'algorithme.

La raison est assez simple : les algorithmes adaptatifs ont été assez peu étudiés en régime non-stationnaire et il est donc difficile d'obtenir des informations précises. Mais cela ne nous empêchera pas d'évaluer son efficacité. En effet, l'objectif reste le même et l'on peut donc utiliser les mêmes critères que pour les deux autres.

c.3) Nombre de calcul

Si l'on peut réaliser la multiplication par une porteuse et le filtrage en analogique alors cet algorithme ne nécessite que 6 additions et 6 multiplications. Il s'agit d'un cas particulier de l'algorithme LMS pour $L=2$. Dans le cas contraire on a :

Type	additions	multiplications
Ordre	$6+3.N$	$9+3.N$

Avec N l'ordre du filtre.

d) Bilan

Dans le tableau ci-dessous, nous classons les trois algorithmes en fonctions de leurs qualités supposées :

	Stabilité	Précision	Vitesse	Immunité au bruit	Tracking	Simplicité
NLMS	maîtrisé	2	2	2	2	2
MCR	maîtrise	1	1	1	3	3
LMS tracking	maîtrisé	3	2	3	1	1

Nous verrons par la suite si les simulations confirment ces résultats.

D'autre part, nous avons vu précédemment que la capacité de tracking n'est pas nécessaire dans le cadre des MCR et des LMS (voir partie sur la modélisation du canal).

4) Simulation et Caractérisation

a) Simulation

A défaut de tests réels, nous allons évaluer l'efficacité de nos algorithmes grâce à des simulations. L'évaluation se fera à partir des critères définis dans la partie théorique :

- L'atténuation du brouilleur (atténuation = P_{ϵ}/P_{br})
- lisibilité du signal utile (lisibilité = P_u/P_{ϵ})
- Vitesse

Les conditions de tests seont celles décrites dans la partie modélisation.

D'autre part, nous évoquerons les problèmes de discontinuité du brouilleur et les alternances de phases du VHF-FM. En effet, après avoir atteint sa fréquence maximale, le brouilleur chute brutalement à sa fréquence minimale. Cette discontinuité en fréquence provoque une discontinuité de la valeur instantanée du brouilleur. Nous devons évaluer cette perturbation.

Le VHF-FM, lui, alterne des phases d'envoi et d'écoute. Nous évaluerons également cette perturbation.

a.1) Le LMS

Nous avons utilisé 10 coefficients pour le FIR et le pas d'adaptation vaut 0,005.

Le régime permanent est caractérisé par l'atténuation du brouilleur et par la lisibilité du signal utile :

- Pour l'atténuation du brouilleur nous avons relevé en moyenne :

$$\text{atténuation} = \frac{P_{\varepsilon}}{P_{br}} \approx 10^{-5} = -50dB_{\text{puissance}}$$

On a donc une atténuation de 50dB en puissance.

- Pour la lisibilité, nous avons relevé en moyenne :

$$\text{lisibilité} = \frac{P_u}{P_{\varepsilon}} = 500$$

Le signal utile possède donc une puissance 500 fois supérieur à celle du résidu.

Pour ce qui est de la convergence, nous avons relevé une constante de temps de :

$$\tau_{simu} = 2,23\mu s$$

La formule théorique donne :

$$\tau_{est\ moy} \approx \frac{L}{2.\alpha} = 1000 \text{ échantillons} = 5\mu s$$

La seconde valeur est le double de l'autre. Ce n'est pas surprenant. La formule théorique nous donne la constante de temps moyenne et non la constante de temps réelle. De plus, la formule a été obtenue par approximation, elle permet donc d'obtenir un ordre de grandeur mais en aucun cas une valeur précise.

A titre d'illustration, nous proposons le chronogramme de la convergence de l'erreur résiduelle (sortie-signal utile):

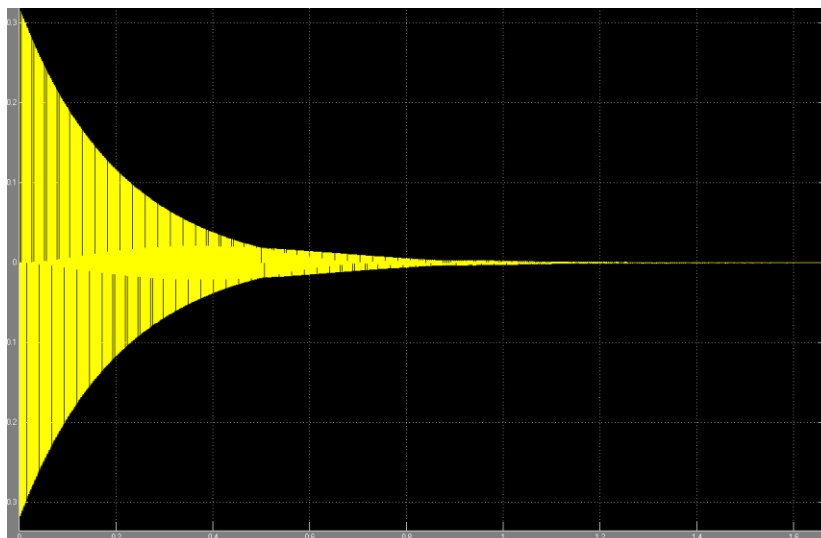


Figure 13: Convergence de l'erreur résiduelle

On relève bien que la courbe est en « $\exp(-n/\tau)$ ». Ce qui justifie bien l'utilisation d'une constante de temps pour caractériser la vitesse du système.

Discontinuité brouilleur :

Nous allons maintenant nous intéresser aux discontinuités en fréquence du brouilleur. Commençons par observer l'erreur résiduelle pour plusieurs balayages du brouilleur FM ($f(t)$) :

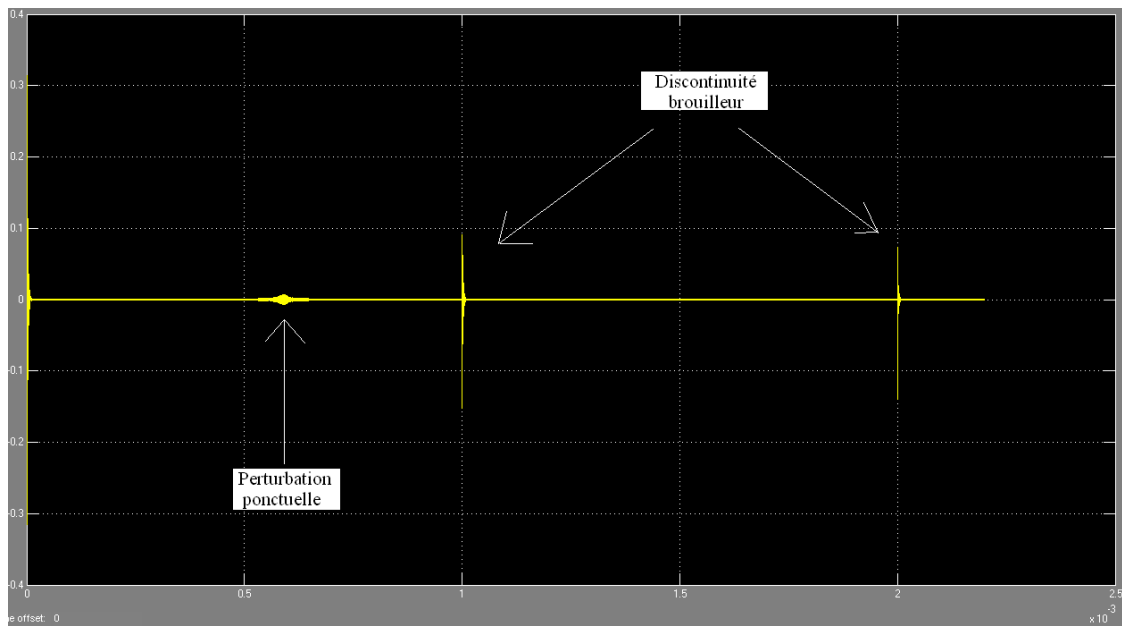


Figure 14 : Erreur résiduelle et $f(t)$

Toutes les millisecondes (ici à 1 et 2ms), la fréquence du brouilleur chute brutalement et entraîne une chute de la valeur instantanée du brouilleur. Résultat : le filtre adaptatif est perturbé et met un certain temps avant de retrouver son état stable. Ce temps de stabilisation est identique au temps de convergence ($2,23\mu s$). Durant cette période, le signal utile est illisible.

Sur le chronogramme, on peut également voir une perturbation ponctuelle. Nous ne connaissons pas son origine. Elle n'apparaît pas durant la seconde période mais on la retrouve par la suite. Elle engendre une forte augmentation du rapport P_e/P_u pendant une durée de $20\mu s$. Durant cette période, le signal utile est illisible.

Alternance des phases du VHF-FM:

Nous allons maintenant nous intéresser aux alternances de phases du signal VHF-FM : Le VHF-FM alterne des phases d'écoute et des phases d'envoi, ce qui provoque des changements de puissance. Il y a également des sauts de fréquence mais ils ne sont pas gênants parce qu'ils interviennent après chaque alternance de phase (écoute/envoi). On ne peut donc pas parler de discontinuité en fréquence. A titre d'illustration, nous proposons en concordance de temps un signal VHF-FM avec son spectrogramme :

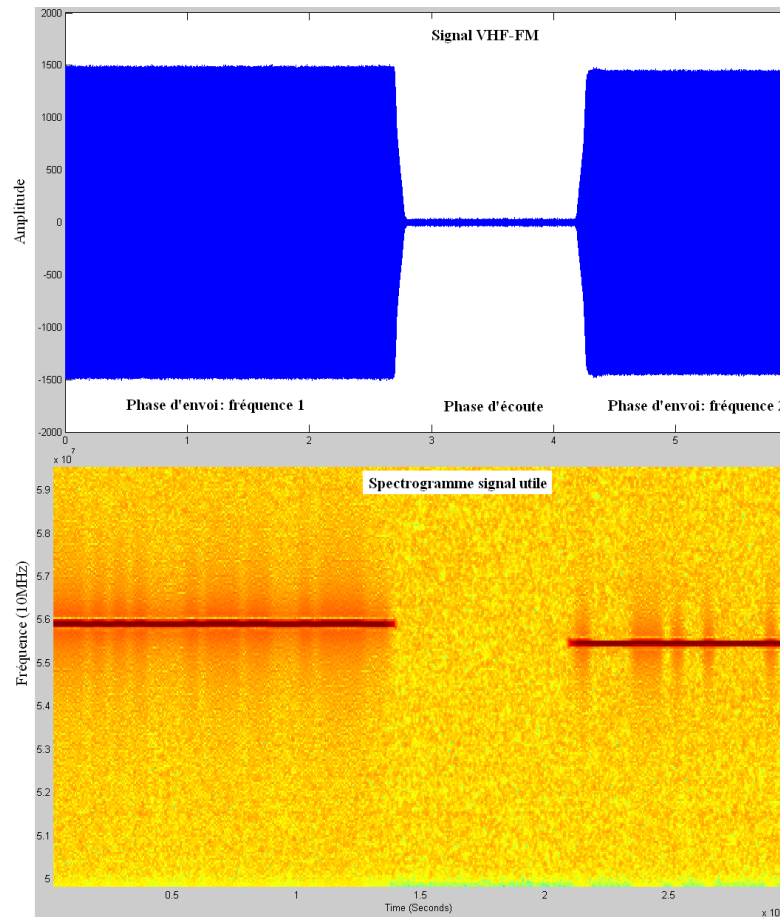


Figure 15 : Signal VHF-FM et son spectrogramme

Sur les graphiques on relève bien l'alternance des phases et le changement de fréquence. Nous allons maintenant observer l'évolution de la lisibilité du signal lors des inversions de phases. Le chronogramme ci-dessous montre en concordance de temps le signal utile et la lisibilité :

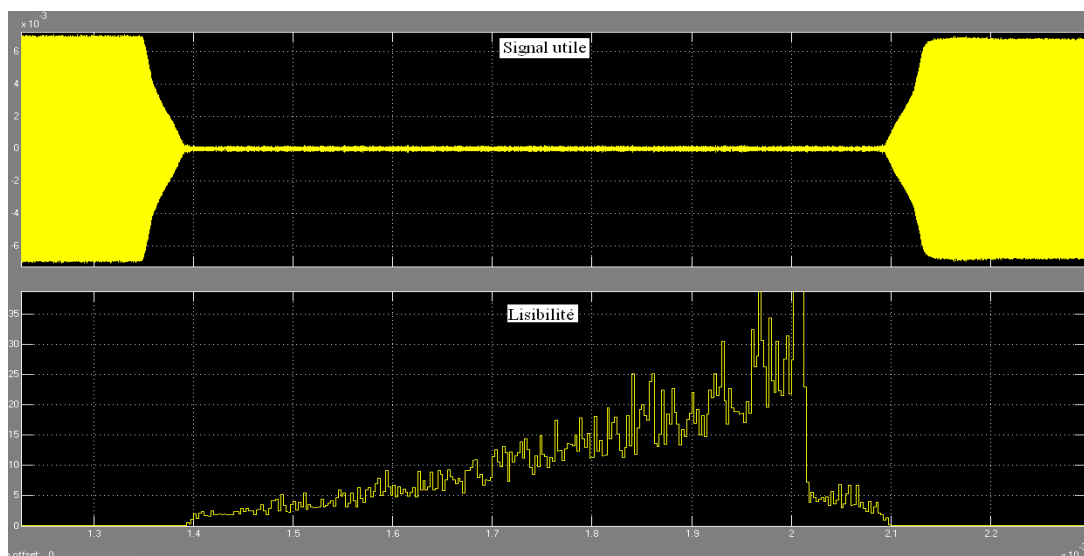


Figure 16 : Signal utile et lisibilité

On relève que la lisibilité devient extrêmement mauvaise pendant la phase d'écoute. Ce qui est normale puisque la puissance du signal utile chute lourdement alors que celle du résidu n'évolue pas. Le rapport entre les deux puissances augmente donc de manière considérable. Mais ce n'est pas un problème car durant cette phase le signal utile ne contient pas d'information. Par contre ce qui est intéressant de voir c'est la manière dont évolue la lisibilité au retour de la phase d'écoute :

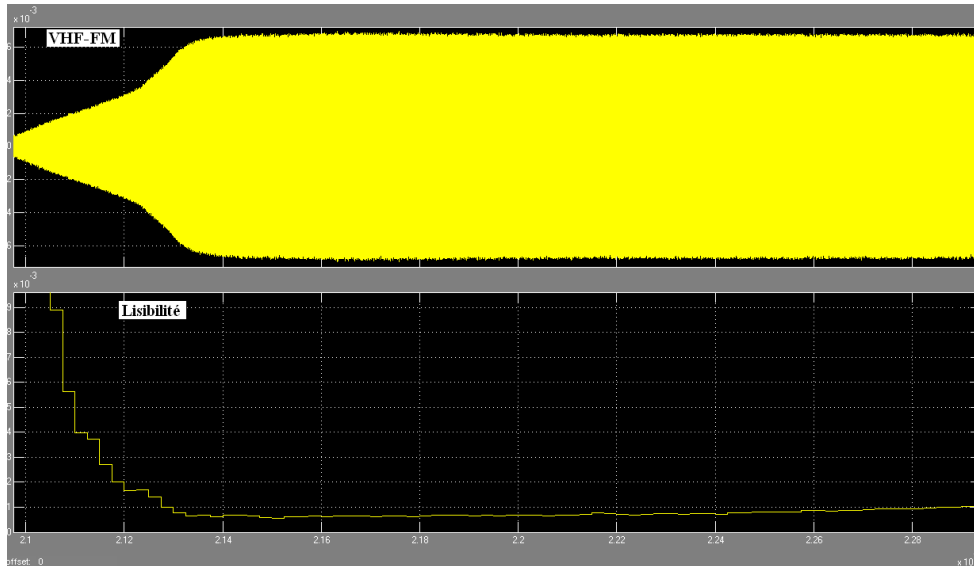


Figure 17 : Retour à une phase d'envoi du VHF-FM

Lorsqu'on se situe dans la nouvelle phase d'écoute, la lisibilité n'a pas encore reconvergé vers sa valeur de repos (0.002). Cependant, elle converge par valeur inférieure, ce qui n'est donc pas un problème.

On peut donc dire que les alternances de phases ne sont pas une difficulté pour notre dispositif car elles se font de manière continue : diminution ou augmentation progressive de la puissance du signal (voir graphique).

a.2) Le MCR

L'atténuation vaut en moyenne :

$$\text{atténuation} = \frac{P_{\varepsilon}}{P_{br}} \approx 0,5 \cdot 10^{-5} = -53dB_{\text{puissance}}$$

La lisibilité vaut en moyenne

$$\text{lisibilité} = \frac{P_u}{P_{\varepsilon}} = 2000$$

Le signal utile possède donc une puissance 2000 fois supérieur au résidu.

Pour ce qui de la vitesse de convergence, nous avons relevé que la notion de constante de temps ne peut vraiment pas s'appliquer. Nous avons donc relevé la durée pour atteindre sa valeur finale :

$$durée = 7 \cdot \tau_{echan} = 35ns$$

Discontinuité brouilleur :

L'algorithme réagit de la même manière que les LMS aux discontinuités du brouilleur: il est perturbé pendant une durée équivalente au temps de convergence.

Alternance des phases du VHF-FM:

L'algorithme réagit de la même manière que les LMS aux alternances de phase du VHF-FM : il est peu perturbé.

a.3) LMS pour tracking

L'atténuation vaut en moyenne :

$$\text{atténuation} = \frac{P_{\varepsilon}}{P_{br}} \approx 0,3 \cdot 10^{-4} = -45dB_{puissance}$$

La lisibilité vaut en moyenne:

$$\text{lisibilité} = \frac{P_u}{P_{\varepsilon}} = 100$$

Le résidu possède donc une puissance 100 fois environ inférieure au signal utile.

Le temps de convergence est de :

$$\tau_{simu} = 0,97 \mu s$$

Discontinuité brouilleur :

L'algorithme réagit de la même manière que les LMS aux discontinuités du brouilleur: il est perturbé pendant une durée équivalente au temps de convergence.

Alternance des phases du VHF-FM:

L'algorithme réagit de la même manière que les LMS aux alternances de phases du VHF-FM : il est peu perturbé.

b) Conclusion et perspectives d'évolutions

Les simulations ont confirmé la partie théorique : l'algorithme MCR est bien le plus rapide et le plus précis. Néanmoins, son nombre de calculs élevé pourra rendre son implémentation difficile. Dans ce cas les deux autres algorithmes peuvent être conseillés. Bien que leurs performances soient moindres, elles restent tout de même intéressantes. En effet, le signal est toujours lisible (rapport de 500 et 100 en puissance) et d'autre part le temps de convergence est faible devant la durée d'un balayage du brouilleur FM.

Nos résultats pourrait être améliorés en augmentant le nombre de coefficients des filtres ou en utilisant des versions évoluées des algorithmes LMS et MCR. Il est à noter que les versions évoluées utilisent un pas d'adaptation variable pour résoudre la contradiction entre la vitesse et la précision.

Nos résultats doivent être cependant nuancés puisque nous avons utilisé un modèle pour le canal et d'autre part nous n'avons pas pris en compte le bruit de canal et de mesure. Il serait donc intéressant par la suite de faire des tests en grandeur nature.

Conclusion :

Le PFE ne nous a pas permis de déboucher sur la réalisation d'un dispositif d'annulation d'interférence. Cependant, nous avons réussi à mettre en évidence l'ensemble des difficultés liées à la réalisation d'un tel système et à proposer un certain nombre de solutions dont les résultats en simulation se sont avérés prometteurs.

Le terme « annuleur d'interférence » désigne l'élimination active d'un signal à partir d'une de ses sources. Un dispositif est nécessaire pour compenser les différences entre les deux signaux. Ces différences sont liées la propagation du signal dans l'espace où il est déformé.

Notre première préoccupation a donc été de nous interroger sur la nature de ces déformations. Nous avons abouti à des modèles mathématiques complexes et peu utilisables. Cependant, l'ensemble de ces modèles présupposaient la linéarité du canal. Nous nous sommes donc tournés vers les méthodes d'identification de systèmes linéaires.

Suite à un examen minutieux de différentes méthodes, nous avons opté pour le filtrage adaptatif. Il consiste à approximer le canal par un filtre. Cette approximation nécessite de connaître la durée de la réponse impulsionnelle du canal.

D'autre part, nous avons utilisé nos connaissances sur le brouilleur pour proposer un filtre adaptatif à faible coût de calcul. Cet algorithme ne peut être utilisé qu'avec un brouilleur de type FM.

Pour finir, nous nous sommes mis d'accord avec mon maître de stage sur une modélisation du problème et nous avons évalué la qualité de nos algorithmes. Les résultats obtenus sont plutôt flatteurs mais ils sont à nuancer pour deux raisons : nous avons utilisé un modèle et nous n'avons pas pris en compte de manière rigoureuse le bruit.

Bibliographie :

Durant ce PFE, nous avons consulté de très nombreux documents. Il serait difficile de tous les citer. Nous vous en indiquons quelques uns :

Les IEEE :

- Gradient Estimation in Global Optimization Algorithms, Megan Hazen, 2009
- Robust adaptive identification of slowly time-varying parameters with bounded disturbances, R. Lozano, 2006
- Multipath Delay Estimation Using a Superresolution PN-Correlation Method, Colin Ianzl, 2001
- Bayesian Regularization and Nonnegative Deconvolution for Room Impulse Response Estimation, Yuankang Lin, 2006
- Filtrage Adaptatif et Egalisation, Michel Terré, 2003
- The generalized Correlation Method for Estimation of time, de Charles Knapp
- Estimation active d'un canal à multiple trajets par méthode bayésienne, Jeneviève Jourdain
- Comparaison d'algorithmes adaptatifs en contexte non stationnaire, Odile Macchi, 1989
- Adaptive algorithm for sinusoidal interference cancellation, 1997
- Effective measurements using digital analysis, de Peter Roth (1971, daté mais souvent cité en référence).

Les thèses :

- Algorithmes et architectures de récepteurs pour les systèmes multiporteuses, Mathieu Gautier (2006, juste la partie sur les canaux)
- Vers une modélisation du canal radio et des interférences pour l'intelligence ambiante, Laurent Clavier, 2009

Les documents internet libres:

- La plupart des documents de Jean Benesty sur les algorithmes adaptatifs dont particulièrement : Filtrage de Wiener (lecture 3), LMS (lecture 6), MCR (lecture 10).
- Canaux de transmission radio, Patrice Pajusco, 2010

Annexes :

Programmes simulink

Annexes 1:

LMS

```

%déclaration entrées/sorties, d est le signal reçu et x la référence du
brouilleur, e est la sortie du dispositif
function e = fcn(d,x)
%#eml

persistent w;
persistent fifo;
persistent sysorder;
persistent mu;
persistent h;

    if isempty(mu)
        sysorder=10;    %nombre de coefficients du filtre
        w = zeros (sysorder, 1) ;    % coefficients du filtre adaptatif
modélisant le canal
        mu=0.005;    %pas d'adaptation
        fifo=zeros (sysorder, 1) ;    %déclaration d'une Fifo de la taille du
filtre
    end

    %mise à jour de la Fifo: décalage vers le bas

    for i=sysorder:-1:2
        fifo(i)=fifo(i-1);
    end
    fifo(1)=x;

    %recomposition du brouilleur en sortie du canal

    y=0;
    for i=1:sysorder
        y=y+w(i) * fifo(i);
    end

    % calcul de l'erreur qui doit après convergence se rapprocher du signal
utile

    e = d - y;

    % On normalise par la variance du signal, ce qui correspond à l'énergie car
le signal est centré.
    % Ici, il s'agit donc de calculer la puissance de la référence du
brouilleur

    norm=0;

    for i=1:sysorder
        norm=norm+fifo(i)*fifo(i);
    end

    %On calcule la nouvelle valeur des coefficients

    for i=1:sysorder
        %0.0001 est ajouté au dénominateur pour les problèmes de division par 0
        w(i) = w(i) + (mu/(0.0001+norm)) * fifo(i) * e ;
    end
end

```

Annexes 2:

RMS

```

%déclaration entrées/sorties, d est le signal reçu et x la référence du
brouilleur, e est la sortie du dispositif
function e = fcn(d,x)

persistent sysorder;
persistent taille_fifo;
persistent delta;
persistent P;
persistent w;
persistent fifo;
persistent lamda;

if isempty(sysorder)
    sysorder=10; %nombre de coefficients du filtre
    taille_fifo=sysorder; %le buffer a la même taille que le filtre
    delta=0.1; %Pour initialisation de la matrice de covariance P
    P=delta*eye(sysorder);
    w = zeros (sysorder, 1) ; % coefficients du filtre adaptatif,
modélisant le canal
    fifo=zeros (sysorder, 1) ; %déclaration d'une Fifo de la taille du
filtre
    lamda = 1 ; %lamda = 1 ; %facteur d'oublie à 1: aucun oublie
end

%mise à jour de la Fifo: décalage vers le bas

for i=sysorder:-1:2
    fifo(i)=fifo(i-1);
end
fifo(1)=x;

%Calcul de k

phi = fifo' * P ;
k = phi'/(lamda + phi * fifo );

%recomposition du brouilleur en sortie du canal

y=0;
for i=1:sysorder
    y=y+w(i) * fifo(i);
end

%calcul de l'erreur qui doit après convergence se rapprocher du signal
utile

e = d - y;

%Nouvelle valeur de w
w = w + k * e ;
P = ( P - k * phi ) / lamda ;

end

```

